

E1.7. Thermistance (II).

1. Coefficient de température.

On utilise la définition proposée par l'énoncé :

$$k(T) = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = \frac{d \ln R}{dT} = \frac{d \ln \left(R_o \exp \left(a \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right) \right)}{dT}$$

$$k(T) = \frac{d \ln R_o}{dT} + \frac{d \ln \exp \left(a \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right)}{dT} = 0 + \frac{da \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right)}{dT}$$

$$k(T) = -a \frac{1}{T^2}$$

$$k(T_o) = -a \frac{1}{T_o^2} = -4,44 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$$

2. Variation de température.

On mesure la résistance R à $\frac{\Delta R}{R} = 1,0 \cdot 10^{-3}$.

En assimilant $\frac{dR}{dT}$ à $\frac{\Delta R}{\Delta T}$ au voisinage de T_o et en utilisant la définition de $k(T)$ on obtient :

$$k(T) = \frac{\Delta R}{R} \frac{1}{\Delta T} \rightarrow |\Delta T| = \left| \frac{1}{k} \right| \frac{\Delta R}{R}$$

$$|\Delta T| = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ K}$$

3. Détermination des coefficients A et B.

On utilise la loi d'évolution de la résistance avec la température :

$$R = R_o \exp \left(a \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right) = R_o \exp \left(a \left(\frac{T_o - T}{TT_o} \right) \right)$$

On pose $\varepsilon = T - T_o \ll 1$ et $T \sim T_o$ on obtient ainsi une nouvelle loi d'évolution autour de la valeur T_o :

$$R = R_o \exp \left(-\frac{a\varepsilon}{T_o^2} \right)$$

Comme $\varepsilon = T - T_o \ll 1$, on effectue un développement limité au premier ordre de l'expression précédente :

$$R \approx R_o \left(1 - \frac{a\varepsilon}{T_o^2} \right) = R_o \left(1 - \frac{a(T - T_o)}{T_o^2} \right) = R_o - aR_o \frac{T}{T_o^2} + R_o \frac{a}{T_o}$$

$$R = R_o \left(1 + \frac{a}{T_o} \right) - a \frac{R_o}{T_o^2} T \text{ par identification on obtient :}$$

$$A = R_o \left(1 + \frac{a}{T_o} \right) = 14,33 \text{ k}\Omega$$

$$B = -a \frac{R_o}{T_o^2} = R_o k(T_o) = -44,4 \text{ }\Omega \text{ K}^{-1}$$