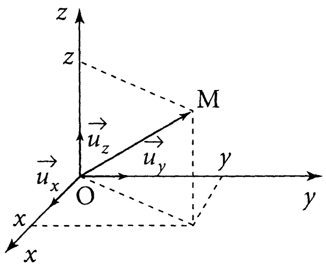
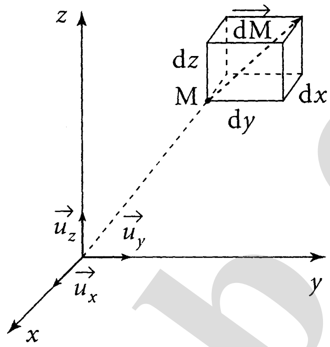
Systèmes de coordonnées et bases.

On considère un point M étudié dans un référentiel $\Re$. Le repère d'espace lié au solide de référence est d'origine O et d'axes orthogonaux Ox, Oy, Oz.

- **Base cartésienne**.





Les coordonnées de M sont x, y, z dans la base cartésienne $\left(\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z\right)$.

Les vecteurs de cette base sont fixes par rapport au référentiel $\Re$.

Le vecteur position s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$$

Un déplacement élémentaire du point M s'écrit $\overrightarrow{dM}$ ou $\mathrm{d}\overrightarrow{OM}$:

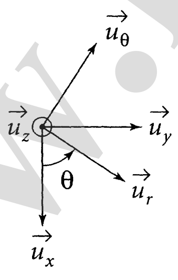
$$\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y + dz\vec{u}_z$$

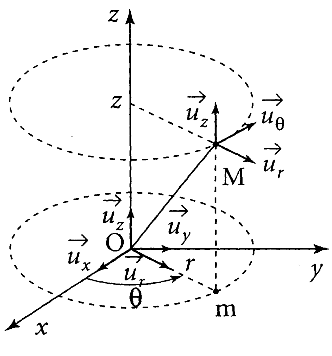
Surfaces élémentaires : $\mathrm{d}S = \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}S = \mathrm{d}x\mathrm{d}z$, $\mathrm{d}S = \mathrm{d}y\mathrm{d}z$

Volume élémentaire : $\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$

- **Base cylindrique.**

Cette base est obtenue par rotation de la base cartésienne $\left(\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z\right)$ d'un angle θ autour de l'axe Oz :





Les coordonnées de M sont r,θ,z dans la base cylindrique $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z\right)$.

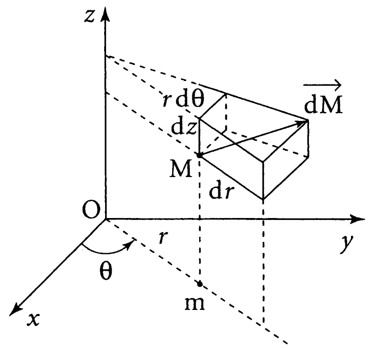
Cette base est associé au point M, elle est donc en mouvement dans le référentiel d'étude $\Re$.

Le vecteur position s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z$$

Un déplacement élémentaire du point M s'écrit :

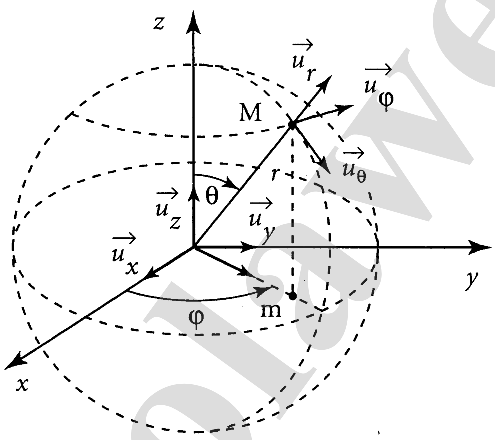
$$\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \mathrm{d}r\vec{u}_r + r\mathrm{d}\theta\vec{u}_\theta + \mathrm{d}z\vec{u}_z$$



Surfaces élémentaires : $\mathrm{d}S = r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$, $\mathrm{d}S = r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}z$, $\mathrm{d}S = \mathrm{d}r\mathrm{d}z$

Volume élémentaire : $d\tau = rdrd\theta dz$

- **Base sphérique.**



Les coordonnées de M sont r,θ,φ dans la base sphérique $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi\right)$.

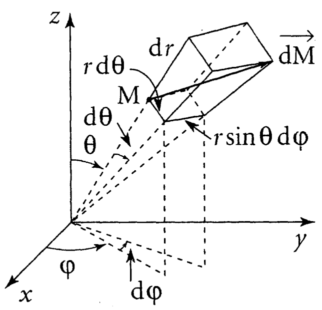
Cette base est associé au point M, elle est donc en mouvement dans le référentiel d'étude $\Re$.

Le vecteur position s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r$$

Un déplacement élémentaire du point M s'écrit :

$$\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \mathrm{d}r\vec{u}_r + r\mathrm{d}\theta\vec{u}_\theta + r\sin\theta\mathrm{d}\varphi\vec{u}_\varphi$$



Surfaces élémentaires : $\mathrm{d}S = r^2\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi$, $\mathrm{d}S = r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r$, $\mathrm{d}S = r\mathrm{d}r\sin\theta\mathrm{d}\varphi$

Volume élémentaire : $\mathrm{d}\tau = r^2\mathrm{d}r\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi$