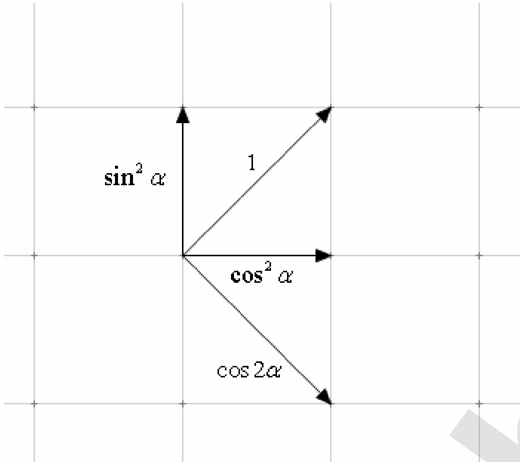
Voici un moyen mnémotechnique permettant de retrouver rapidement quelques relations de trigonométrie souvent utilisées en physique.

► On associe des vecteurs aux valeurs $\sin^2\alpha, \cos^2\alpha, \cos 2\alpha$ et 1que l'on dispose de la façon suivante :



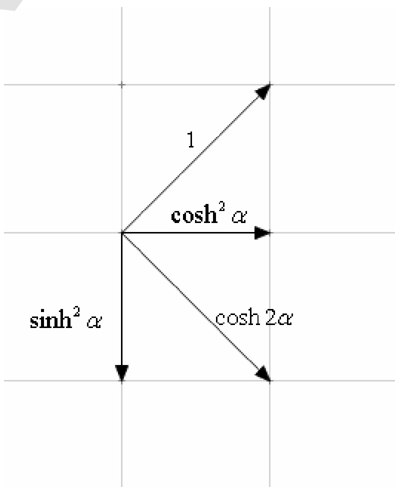
Par *addition vectorielle* on obtient :

$$\begin{cases} \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \\ 1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha \\ 1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha \\ \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha \end{cases}$$

La dernière relation $\cos 2\alpha = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$ est un cas particulier de $\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a \sin b$. Cela permet de ne plus hésiter sur le signe à utiliser dans le développement de $\cos(a+b)$.

D'autre part en se souvenant que le développement de $\sin(a+b)$ se fait avec l'autre signe, on obtient : $\sin(a+b) = \sin a\cos b \oplus \cos a \sin b$.

► Cette astuce s'applique aussi aux fonctions trigonométriques hyperboliques en changeant le sens du vecteur vertical associé à $\sinh^2\alpha$.



On obtient ainsi :

$$\begin{cases} \cosh^2 \alpha - \sinh^2 \alpha = 1 \\ 1 + \cosh 2\alpha = 2\cosh^2 \alpha \\ 1 - \cosh 2\alpha = 2\sinh^2 \alpha \\ \cosh^2 \alpha + \sinh^2 \alpha = \cosh 2\alpha \end{cases}$$

De même la relation $\cosh 2\alpha = \cosh^2 \alpha + \sinh^2 \alpha$ est un cas particulier de $\cosh(a+b) = \cosh a \cosh b + \sinh a \sinh b$ .Il faut cependant noter que le développement de $\sinh(a+b)$ se fait avec le « même signe », c'est-à-dire $\oplus$.