¤ PCSI ¤ 13/14. Durée 3 heures. **Calculatrice autorisée.**

Physique.
Devoir surveillé N°6.

Il est rappelé que votre copie est destinée à être lue et corrigée. En conséquence, une présentation claire et lisible est recommandée. *Il en sera tenu compte dans la notation.*

Exercice 1. Modélisation d'un microscope.

Un microscope est schématisé par deux lentilles minces convergentes de même axe optique :

- L_1 (objectif) de centre O_1 et de distance focale image $f_1' = 5$ mm ;
- L_2 (oculaire) de centre O_2 et de distance focale image $f_2' = 25$ mm.

On note F_1' et F_2 respectivement les foyers image de L_1 et objet de L_2.

On donne l'intervalle optique $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ = 25 cm (axe optique orienté de O_1 vers O_2).

L'œil placé au foyer image de l'oculaire étudie un petit objet AB disposé dans un plan de front (AB perpendiculaire à l'axe optique, A situé sur l'axe optique).

1. Où doit être situé A pour que l'œil n'ait pas à accommoder ? Répondre en donnant l'expression littérale et la valeur numérique de $\overline{F_1A}$. On précise que sans accommoder (c'est-à-dire sans fatigue), l'œil « normal » vise à l'infini.
2. On se place dans les conditions de la question précédente. Sur une figure où on tiendra seulement compte de la relation d'ordre $f_1' < f_2' < \Delta$, représenter la marche d'un faisceau lumineux issu de B.
3. Soit α', l'angle algébrique sous lequel l'œil voit l'image définitive de AB à travers le microscope, et α , l'angle algébrique sous lequel il apercevrait l'objet sans se déplacer en l'absence de microscope. Calculer le grossissement $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ (littéralement puis numériquement). Interpréter le signe de ce rapport.
4. En accommodant, l'œil peut observer nettement un objet situé entre l = 25 cm et l'infini. De combien peut-on modifier la distance entre l'objectif et l'objet si l'on veut toujours pouvoir observer nettement l'objet AB à travers le microscope (latitude dé mise au point) ? Commenter.

Exercice 2. Différents mouvements d'un pendule.

Un point matériel M de masse m est suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible, de longueur l_o, fixé au point O d'un référentiel galiléen (R) = $\left(O,\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z\right)$ dont l'axe $(O,\vec{u}_z)$ est vertical ascendant.

On note $\vec{g}$ l'accélération de la pesanteur.

La position du pendule est repérée par l'angle θ fait par le fil avec la verticale. On lance la masse depuis la position d'équilibre θ = 0 avec la vitesse angulaire initiale $\omega_o = \dot{\theta}(t=0)$.

1. Déterminer l'équation différentielle d'ordre 2 vérifiée par θ. On posera $\Omega_o^2 = \dfrac{g}{l_o}$.
2. On pose $\omega = \dot{\theta}$, déterminer $\omega\dfrac{d\omega}{d\theta}$. En déduire ω^2 en fonction de θ, ω_o et Ω_o.
3. Quelle est l'expression de la période T_o des petites oscillations de θ ? Comment se comporte la période des oscillations si leur amplitude augmente ?
4. Exprimer la force de tension $\vec{F}$ exercée par le fil sur la masse, en fonction de θ. Le fil reste-t-il tendu pendant toute la durée du mouvement ?
5. On suppose que l'on peut ajuster les conditions initiales de sorte que le point M soit en mouvement circulaire dans un plan horizontal $\left(O,\vec{u}_x,\vec{u}_y\right)$. Montrer que :

   a) d'une part, le mouvement est nécessairement uniforme de pulsation Ω ;
   b) d'autre part, un tel mouvement n'est possible que si Ω est supérieur à une certaine valeur Ω_{min}, que l'on exprimera en fonction de Ω_o.

Exercice 3. Equilibre d'un point matériel. Aspect énergétique.

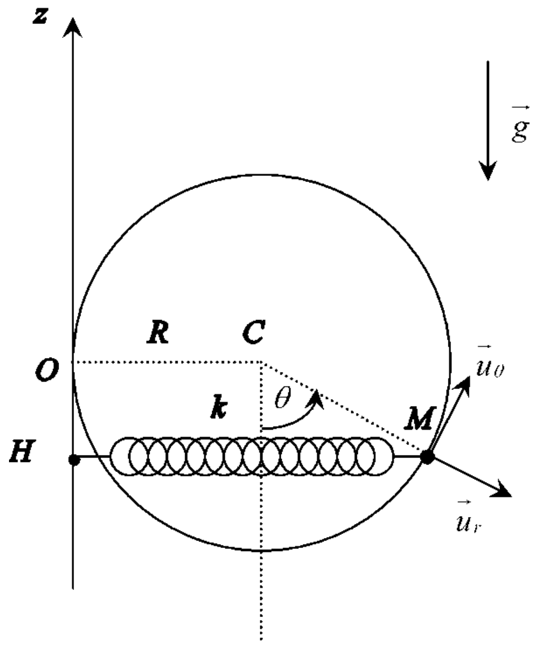
On travaille dans le référentiel terrestre $\Re_T$ supposé galiléen avec la verticale *Oz* ascendante.

Un point matériel *M* de masse *m* glisse sans frottement sur cerceau vertical de rayon *R* et de centre *C*. Le point *M* est fixé à un ressort dont l'autre extrémité glisse sans frottement sur un axe vertical *Oz* tangent au cerceau, de sorte que le ressort reste à tout instant horizontal.

On note θ l'angle dont le point matériel monte relativement à la verticale.

On désigne par *k* la raideur du ressort dont la longueur à vide est *R*.

On posera : $\alpha = \dfrac{mg}{kR}$ tel que $\alpha < 1$.



1. Comment établit-on qu'une force est conservative ?
2. Etablir (démonstration) l'énergie potentielle de pesanteur associée au poids.
3. Etablir (démonstration) l'énergie potentielle élastique associée à la force de rappel d'un ressort de longueur *l* de constante de raideur *k* et de longueur à vide l_o .
4. Exprimer l'énergie potentielle totale Ep_{tot} de la masse *m* en fonction de θ, R, m, g et α . On prendra la référence de cette énergie potentielle en $\theta = \dfrac{\pi}{2}$.
5. En déduire les positions d'équilibre $\theta_{e\,i}$ de la masse *m* en fonction de α .
6. Etudier la stabilité de ces positions d'équilibre.