

Il est rappelé que votre copie est destinée à être lue et corrigée. En conséquence, une présentation claire et lisible est recommandée. *Il en sera tenu compte dans la notation.*

Exercice 1. Multimètre analogique.

Un ampèremètre analogique indique la valeur d'un courant électrique mesuré sur un cadran à aiguille. Pour remplir cette fonction, l'aiguille est solidaire d'un cadre de cuivre parcouru par le courant d'intensité i constante, à mesurer. Ce cadre, de largeur $2a$ et de hauteur b , est monté sur une liaison pivot d'axe (O, \vec{u}_z) vertical ascendant (voir figure). Les points A et C sont les points de branchement avec le circuit électrique dans lequel on cherche à mesurer le courant. Les branchements électriques en A et C ne gênent pas la rotation du cadre. L'ensemble baigne dans le champ magnétique \vec{B} créé par un aimant. Ce champ, non uniforme, est partout perpendiculaire à l'axe (O, \vec{u}_z) . En $r = a$, c'est-à-dire au niveau des côtés verticaux du cadre de cuivre, sa norme est B_0 .

- Il est radial sortant au niveau du côté du cadre où i est montant : $\vec{B} = B_0 \vec{u}_r$.
- Il est radial entrant au niveau du côté du cadre où i est descendant : $\vec{B} = -B_0 \vec{u}_r$.

Remarque : La base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est une base locale. L'orientation des vecteurs dépend du point considéré de l'espace.

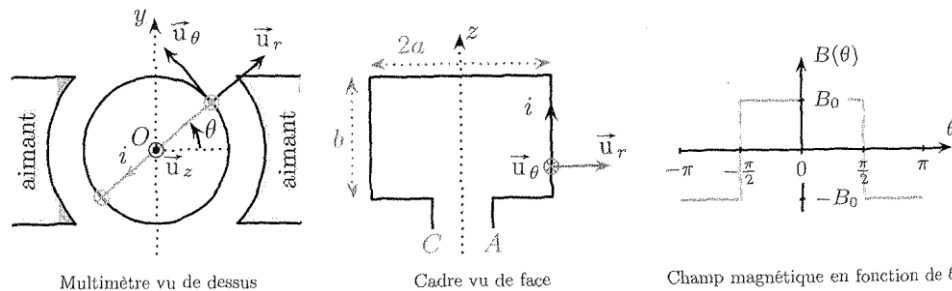


Schéma de la partie articulée d'un multimètre analogique et variations du champ magnétique avec l'angle.

Le cadre a pour moment d'inertie J par rapport à l'axe (O, \vec{u}_z) . La liaison pivot exerce sur lui un couple de frottement fluide de moment $\Gamma_f = -\lambda \dot{\theta}$ où $\lambda > 0$ est le coefficient de frottement et $\dot{\theta}$ est la vitesse angulaire du cadre. Un fil de torsion, non représenté sur le schéma, exerce sur le cadre un couple de rappel de moment $\Gamma_r = -\alpha \theta$, où $\alpha > 0$ est la constante de torsion du fil. Les éventuels phénomènes d'auto-induction sont supposés négligeables dans tout cet exercice.

1. Exprimer les forces de Laplace subies par les côtés verticaux du cadre.
2. Les forces de Laplace subies par les côtés horizontaux du cadre auront-elles une influence sur la rotation du cadre autour de l'axe (O, \vec{u}_z) ?
3. Exprimer le moment Γ_{La} par rapport à l'axe (O, \vec{u}_z) des actions de Laplace subies par le cadre.
4. Etablir l'équation mécanique du cadre (équation différentielle vérifiée par la position angulaire θ du cadre). Mettre cette équation sous forme canonique en faisant apparaître une pulsation temporelle caractéristique ω_0 et un facteur de qualité Q .
5. En déduire que la position d'équilibre θ_{eq} est proportionnelle à l'intensité i mesurer.
6. Comment peut-on influencer sur les différents paramètres α, λ et J pour éviter que l'aiguille n'oscille trop longtemps avant d'atteindre sa position d'équilibre ?

7. A l'intérieur du multimètre se trouve une résistance R de grande valeur. Le cadre mobile a une résistance négligeable devant R . On suppose que tous les branchements électriques sont possibles dans l'appareil sans affecter le comportement mécanique du cadre. Quels branchements faut-il effectuer pour transformer l'ampèremètre étudié en un voltmètre apte à mesurer une tension constante ?
8. Un wattmètre est destiné à mesurer la puissance moyenne $P = \langle p(t) \rangle$ reçue par un dipôle dans un circuit en régime temporellement variable. On note $U(t)$ la tension aux bornes de ce dipôle et $i(t)$ le courant qui le traverse, déphasé de φ par rapport à $U(t)$ (U et i étant orientés en convention récepteur). On suppose que le dipôle est linéaire et que le circuit qui le contient fonctionne en régime sinusoïdal à la pulsation ω . Déterminer les expressions de $p(t)$ et de P .
Peut-on mesurer P en mesurant $U(t)$ et $i(t)$ séparément ?
9. Un wattmètre analogique est une adaptation de l'ampèremètre étudié précédemment. Le courant $i(t)$ passe dans le cadre. L'aimant est remplacé par un électroaimant alimenté par la tension $U(t)$. On admet que l'intensité B_0 du champ magnétique des questions précédentes est alors remplacée par $B(t) = KU(t)$, où K est une constante de proportionnalité. Montrer que, si $\omega > \omega_0$, l'aiguille atteint une position d'équilibre dont l'angle de déviation est proportionnel à P .

Exercice 2. QCM.

Voir feuille intitulée « Grille des réponses » pour prendre connaissance de la marche à suivre pour traiter ce QCM (questionnaire à choix multiple).

On étudie une machine frigorifique ditherme qui suit un cycle formé de deux isobares et deux adiabatiques réversibles. Le fluide caloporteur est constitué de n moles d'air qui est assimilé à un gaz parfait diatomique de coefficient $\gamma = 1,4$. On note $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ la constante des gaz parfaits.

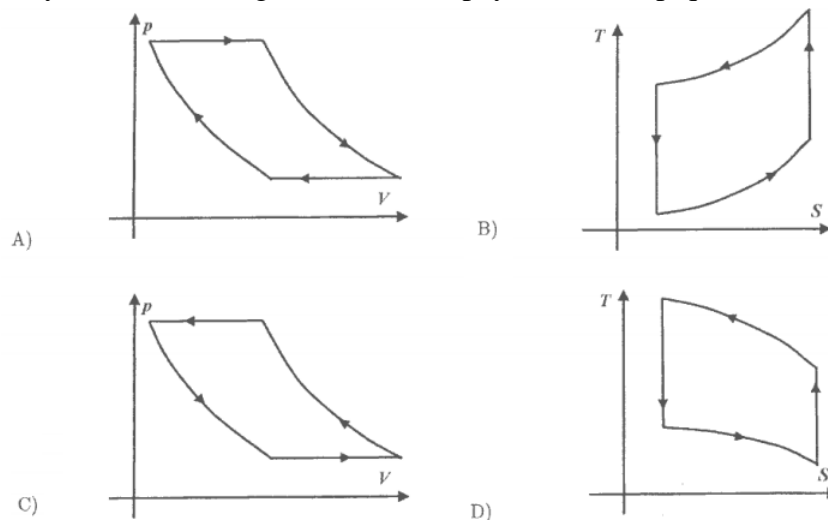
La première étape entre l'état (1) et l'état (2) est une compression adiabatique réversible qui fait passer le gaz de la pression $p_1 = 1,0 \text{ bar}$ à la pression $p_2 = 5,0 \text{ bar}$ et de température $T_1 = 300 \text{ K}$ à la température T_2 .

La seconde étape est un refroidissement isobare jusqu'à l'état (3) caractérisé par $T_3 = 380 \text{ K}$.

La troisième étape amène, par une détente adiabatique réversible, le gaz jusqu'à l'état (4) dont la température est notée T_4 et la pression $p_4 = p_1$.

Enfin, la dernière transformation ramène le gaz à l'état (1) de manière isobare.

1. Identifier le tracé du cycle dans les diagrammes de Clapeyron et entropique.



2. Déterminer l'expression de T_2 et de T_4 .

$$\text{A) } T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 947 \text{ K}$$

$$\text{B) } T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{(1-\gamma)}{\gamma}} = 475 \text{ K}$$

$$\text{C) } T_4 = T_3 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 120 \text{ K}$$

$$\text{D) } T_4 = T_3 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{(1-\gamma)}{\gamma}} = 240 \text{ K}$$

3. Pour les transformations (2) et (4), exprimer les quantités de chaleur échangées Q_2 et Q_4 , en fonction des différents états.

A) $Q_2 = nR \frac{1}{\gamma-1} (T_3 - T_2)$

B) $Q_2 = nR \frac{\gamma}{\gamma-1} (T_3 - T_2)$

C) $Q_4 = nR \frac{1}{\gamma-1} (T_4 - T_1)$

D) $Q_4 = nR \frac{\gamma}{\gamma-1} (T_1 - T_4)$

4. Calculer l'efficacité e de cette machine frigorifique.

A) $e = 1 - \frac{T_1}{T_3}$

B) $e = \frac{T_1 - T_4}{T_4 + T_2 - T_1 - T_3}$

C) $e = \frac{T_3 - T_2}{T_4 + T_2 - T_1 - T_3}$

D) $e = -1 + \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4}$

5. Etablir l'expression de l'efficacité e_c de Carnot de ce cycle après avoir déterminé les températures T_C et T_F qu'il faut prendre respectivement pour la source chaude et la source froide.

A) $T_C = T_2$ et $T_F = T_4$

B) $T_C = T_3$ et $T_F = T_1$

C) $e_c \approx 4$

D) $e_c \approx 1$

6. Calculer l'entropie créée S_c sur un cycle en fonction des températures T_C et T_F .

A) $S_c = -nR \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{T_3 - T_2}{T_C} + \frac{T_1 - T_4}{T_F} \right)$

B) $S_c = -nR \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{T_3 - T_2}{T_C} + \frac{T_1 - T_4}{T_F} \right)$

C) $S_c = nR \ln \left(\frac{T_2}{T_C} \right) - nR \ln \left(\frac{T_F}{T_4} \right)$

D) $S_c = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_2}{T_C} \right) - \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_F}{T_4} \right)$

Un ballon atmosphérique est constitué d'une nacelle de volume négligeable et d'une enveloppe, dont le volume peut varier entre 0 et V_{\max} . On note m la masse du système constitué par la nacelle et l'enveloppe vide. On introduit dans cette dernière un gaz assimilé à un gaz parfait de masse molaire M_g . La pression atmosphérique et la température au niveau du sol sont notées respectivement p_o et T_o . L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M_a , en équilibre hydrostatique dans un champ de pesanteur uniforme de valeur g . Dans la troposphère où vole ce ballon, la température est bien représentée par la variation suivante avec l'altitude z , dont l'origine est prise au niveau du sol : $T(z) = T_o \left(1 - \frac{z}{H} \right)$ où H est une constante. On désigne par $\rho(z)$ la masse volumique de l'air et $p(z)$ sa pression. On note R la constante des gaz parfaits. Tant que l'enveloppe n'a pas atteint son volume maximal, la pression du gaz intérieur est identique à celle de l'air extérieur. On suppose que la température du gaz est en permanence la même que celle de l'air extérieur.

7. Indiquer la ou les réponse(s) exacte(s).

A) $p = \rho RT / M_a$

B) $\frac{dp}{dz} = \rho g$

C) $\frac{dp}{dz} = -\rho g$

D) $p = \rho RT / M_g$

8. La pression évolue avec l'altitude selon : $p(z) = p_o \left(1 - \frac{z}{H} \right)^\alpha$. Exprimer α .

A) $\alpha = \frac{M_a g H}{2RT_o}$

B) $\alpha = \frac{2RT_o}{M_a g H}$

C) $\alpha = \frac{M_a g H}{RT_o}$

D) $\alpha = 1 - \frac{RT_o}{M_a g H}$

9. Exprimer le volume minimal V_m que doit avoir l'enveloppe pour que le ballon décolle.

A) $V_m = \frac{mRT_o}{p_o M_g}$

B) $V_m = \frac{mRT_o}{p_o M_a}$

C) $V_m = \frac{mRT_o (M_a - M_g)}{p_o M_a M_g}$

D) $V_m = \frac{mRT_o}{p_o (M_a - M_g)}$

10. Quel est le volume initial V_i de l'enveloppe sachant que le ballon décolle avec une accélération égale à celle du champ de pesanteur ?

A) $V_i = \frac{2mRT_o}{p_o M_g}$

B) $V_i = \frac{2mRT_o}{p_o (M_a - 2M_g)}$

C) $V_i = \frac{2mRT_o}{p_o (M_a - M_g)}$

D) $V_i = \frac{2mRT_o (M_a - M_g)}{p_o M_a M_g}$

11. Comment varie le volume V de l'enveloppe avec l'altitude ?

A) $V = V_i \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{\alpha-1}$

B) $V = V_i \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$

C) $V = V_i \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{\alpha}$

D) $V = V_i \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{1-\alpha}$

12. Le volume maximal de l'enveloppe est $V_{\max} = kV_i$. Déterminer l'altitude maximale z_{\max} atteinte par le ballon.

A) $z_{\max} = Hk^{1-\alpha}$

B) $z_{\max} = H \left(1 - k^{\frac{1}{1-\alpha}}\right)$

C) $z_{\max} = H(1 + k^{\alpha})$

D) $z_{\max} = Hk^{\frac{1}{1-\alpha}}$

13. Lorsque cette altitude est atteinte, une soupape s'ouvre et laisse s'échapper une partie du gaz de l'enveloppe. Quelle est la nouvelle altitude z'_{\max} atteinte ?

A) $z'_{\max} = H \left\{ 1 - \left[\frac{mRT_o}{p_o V_{\max} (M_a - M_g)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \right\}$

B) $z'_{\max} = H \left\{ 1 - \left[\frac{mRT_o}{p_o V_{\max} (M_a - M_g)} \right]^{\alpha} \right\}$

C) $z'_{\max} = H \left\{ 1 - \left[\frac{mRT_o}{p_o V_{\max} (M_a - M_g)} \right]^{\alpha-1} \right\}$

D) $z'_{\max} = H \left\{ 1 - \left[\frac{mRT_o}{p_o V_{\max} (M_a - M_g)} \right]^{\frac{1}{\alpha-1}} \right\}$