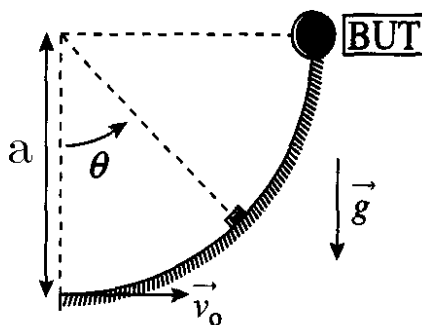


Glissement avec ou sans frottement d'un palet.

Un palet, assimilé à un point matériel de masse m , est lancé avec une vitesse initiale v_0 au bas d'une glissière en forme d'arc de cercle de rayon a .

Le but de cet exercice est d'établir la valeur minimale de la vitesse v_0 permettant d'atteindre la valeur $\theta = \frac{\pi}{2}$ où se trouve un but, et cela pour deux modèles de frottements.

On notera $v_c = \sqrt{2ga}$.



1. Montrer que si l'on pose $u = v^2$ on a $\ddot{\theta} = \frac{1}{2a^2} \frac{du}{d\theta}$. (Si vous n'arrivez pas à établir ce résultat servez-vous en pour la suite de l'exercice)
2. Sans frottement.
 - a. Etablir, dans ce cas, l'équation différentielle du mouvement en θ .
L'exprimer ensuite en fonction de la variable u .
 - b. En déduire l'équation d'évolution de la vitesse $v(\theta)$.
 - c. Pour quelles valeurs de v_0 le but peut-il être atteint ?

3. Avec frottement fluide.

On reprend l'étude dans le cas où le frottement peut être représenté par : $\vec{T} = -kv^2 \vec{u}_\theta$.

On notera : $\alpha = \frac{2ka}{m}$.

- a. Etablir, dans ce cas, l'équation différentielle du mouvement en θ .
Montrer que l'on peut l'écrire sous la forme : $\frac{du}{d\theta} + \alpha u = -v_c^2 \sin \theta$.
- b. La solution particulière de cette équation différentielle est de la forme :
 $u_p(\theta) = a \cos \theta + b \sin \theta$.
Déterminer les expressions de a et de b en fonction de α et v_c^2 .
- c. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle.
- d. Déterminer l'expression de v_0 qui permet d'atteindre le but.
Commenter les deux cas : $\alpha \rightarrow 0$; $\alpha \rightarrow \infty$.