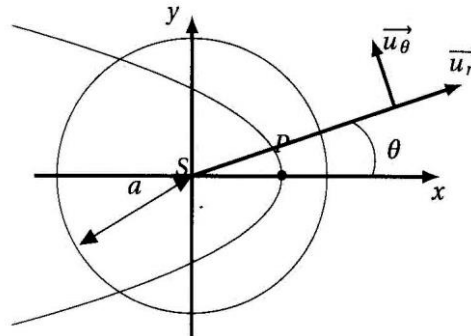


### Mouvement d'une comète.

La comète C/2015 F5 SWAN-Xingming est passée le 28 mars 2015 à son point le plus proche du Soleil, le périhélie  $P$ . Elle décrit une trajectoire parabolique dans le champ de gravitation du soleil  $S$  et la distance  $SP$  prévue est  $r_p = 5,210^7$  km. On se place dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen. On assimile l'orbite terrestre autour du Soleil  $S$  à un cercle de rayon  $a = 1,5 \cdot 10^8$  km. On supposera le plan de cette orbite dans le même plan que la trajectoire de la comète. On néglige l'influence gravitationnelle de la Terre sur la comète.



1. Exprimer la vitesse  $v_p$  de la comète en  $P$  dans le référentiel héliocentrique en fonction de la période de révolution de la Terre autour du Soleil  $T$ , de  $r_p$  et de  $a$ . Calculer  $v_p$ .  
On donne  $T = 365,25$  jours.
2. On se place dans la base polaire d'origine  $S$  et d'axe de référence de l'angle  $\theta$  colinéaire à la droite  $SP$ . L'équation polaire d'une conique d'excentricité  $e$  s'écrit :

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \text{ avec } e = 0 \text{ pour un cercle, } e = 1 \text{ pour une parabole.}$$

Calculer les valeurs  $\theta_1$  et  $\theta_2$  de l'angle  $\theta$  correspondant aux points de croisement de la comète avec l'orbite terrestre.

3. Déterminer l'expression de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}$  de la comète en fonction de  $\theta, r_p, v_p$  et  $r$ .  
En déduire l'expression de la durée  $\tau$  du transit de la comète à l'intérieur de l'orbite

terrestre. On donne : 
$$I = \int_0^\alpha \frac{d\theta}{(1 + \cos \theta)^2} = \frac{1}{2} \left( \tan \frac{\theta}{2} + \frac{1}{3} \tan^3 \frac{\theta}{2} \right).$$

Calculer  $\tau$  .