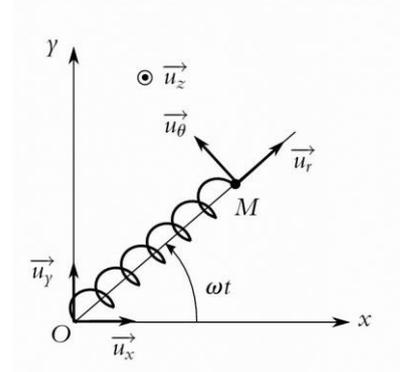


Ressort en rotation.

Le mouvement est étudié dans le référentiel du laboratoire assimilé à un référentiel galiléen et associé à un repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Un palet M de masse m peut se mouvoir sans frottement dans le plan (O, x, y, z) horizontal. Le champ de pesanteur est suivant la verticale Oz : $\vec{g} = -g\vec{u}_z$.

Ce point M (masse m) est fixé à un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 , l'autre extrémité étant fixée en O .



1. Faire un bilan des forces. Montrer qu'il y a conservation du moment cinétique \vec{L}_o par rapport à O .
2. A $t = 0$, la masse est lâchée, sans vitesse initiale d'une longueur : $l_i = 1,2l_0$ soit $\vec{OM}(t = 0) = 1,2l_0 \vec{u}_x$.
 - a. Calculer \vec{L}_o . Quelle est la nature de la trajectoire ?
 - b. Déterminer l'évolution temporelle de la longueur du ressort, $l(t) = OM(t)$. Préciser l'intervalle de variation de l .
3. On lance la particule d'un point $\vec{OM}_o = \vec{OM}(t = 0) = l_1 \vec{u}_x$, avec une vitesse initiale $\vec{v}_o = l_1 \omega \vec{u}_y$ orthogonale à OM_o . Dans la suite, on travaillera en coordonnées polaires dans le plan (O, x, y) .
 - a. Préciser \vec{L}_o en fonction de $r, \dot{\theta}$ puis en fonction des conditions initiales et des vecteurs de base. On notera L_o le module de \vec{L}_o .
 - b. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle élastique. Doit-on tenir compte de l'énergie potentielle de pesanteur pour étudier le mouvement ?
Montrer qu'il y a conservation de l'énergie mécanique E_m .
Préciser l'expression de E_m :
* en fonction des conditions initiales,
* en fonction de r, m, k et L_o .
 - c. Montrer que l'énergie mécanique peut s'écrire : $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + E_{eff}(r)$.
Préciser l'expression de $E_{eff}(r)$ et tracer son allure.
 - d. La masse peut-elle s'éloigner indéfiniment du pôle d'attraction ?
 - e. La vitesse de la particule peut-elle s'annuler au cours du mouvement ?
 - f. La particule peut-elle passer par le centre d'attraction au cours de son mouvement ?
4. On cherche à déterminer une condition entre l_1 et ω pour avoir un mouvement circulaire.
 - a. Montrer que dans ce cas, le mouvement est uniforme.
 - b. Déterminer l_1 en fonction de k, l_0 et ω . Est-elle valable pour tout ω ?