

Equilibre d'un point sur un cerceau.

Un point matériel M de masse m glisse sans frottement sur cerceau vertical de rayon R et de centre C . Le point M est fixé à un ressort dont l'autre extrémité glisse sans frottement sur un axe vertical Oz tangent au cerceau, de sorte que le ressort reste à tout instant horizontal.

On note θ l'angle dont le point matériel monte relativement à la verticale.

On désigne par k la raideur du ressort dont la longueur à vide est R .

1. En utilisant la seconde loi de Newton, déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ .
2. Déterminer les différentes positions d'équilibre θ_{i_e} possibles du point M . Indiquer si elles nécessitent une condition d'existence. On pourra poser $\alpha = \frac{mg}{kR}$.
3. En posant $\theta = \theta_e + \varepsilon$ avec $\varepsilon \ll 1$ rad déterminer la stabilité des différentes positions d'équilibre déterminées à la question précédente.

