

Multimètre analogique.

Un ampèremètre analogique indique la valeur d'un courant électrique mesuré sur un cadran à aiguille. Pour remplir cette fonction, l'aiguille est solidaire d'un cadre de cuivre parcouru par le courant d'intensité i constante, à mesurer. Ce cadre, de largeur $2a$ et de hauteur b , est monté sur une liaison pivot d'axe (O, \vec{u}_z) vertical ascendant (voir figure). Les points A et C sont les points de branchement avec le circuit électrique dans lequel on cherche à mesurer le courant. Les branchements électriques en A et C ne gênent pas la rotation du cadre. L'ensemble baigne dans le champ magnétique \vec{B} créé par un aimant. Ce champ, non uniforme, est partout perpendiculaire à l'axe (O, \vec{u}_z) . En $r = a$, c'est-à-dire au niveau des côtés verticaux du cadre de cuivre, sa norme est B_0 .

- Il est radial sortant au niveau du côté du cadre où i est montant : $\vec{B} = B_0 \vec{u}_r$.
- Il est radial entrant au niveau du côté du cadre où i est descendant : $\vec{B} = -B_0 \vec{u}_r$.

Remarque : La base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est une base locale. L'orientation des vecteurs dépend du point considéré de l'espace.

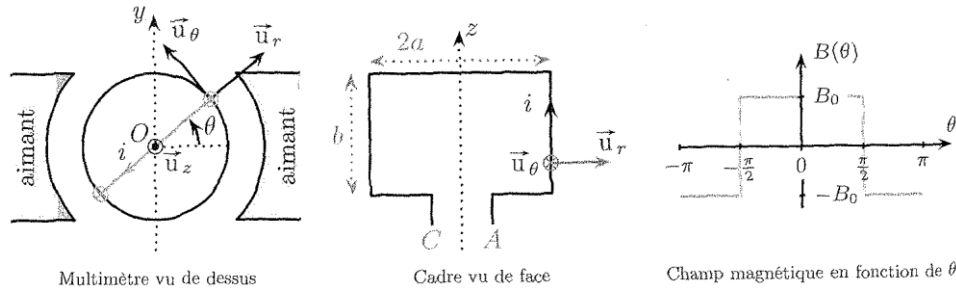


Schéma de la partie articulée d'un multimètre analogique et variations du champ magnétique avec l'angle.

Le cadre a pour moment d'inertie J par rapport à l'axe (O, \vec{u}_z) . La liaison pivot exerce sur lui un couple de frottement fluide de moment $\Gamma_f = -\lambda \dot{\theta}$ où $\lambda > 0$ est le coefficient de frottement et $\dot{\theta}$ est la vitesse angulaire du cadre. Un fil de torsion, non représenté sur le schéma, exerce sur le cadre un couple de rappel de moment $\Gamma_r = -\alpha \theta$, où $\alpha > 0$ est la constante de torsion du fil. Les éventuels phénomènes d'auto-induction sont supposés négligeables dans tout cet exercice.

1. Exprimer les forces de Laplace subies par les côtés verticaux du cadre.
2. Les forces de Laplace subies par les côtés horizontaux du cadre auront-elles une influence sur la rotation du cadre autour de l'axe (O, \vec{u}_z) ?
3. Exprimer le moment Γ_{La} par rapport à l'axe (O, \vec{u}_z) des actions de Laplace subies par le cadre.
4. Etablir l'équation mécanique du cadre (équation différentielle vérifiée par la position angulaire θ du cadre). Mettre cette équation sous forme canonique en faisant apparaître une pulsation temporelle caractéristique ω_0 et un facteur de qualité Q .
5. En déduire que la position d'équilibre θ_{eq} est proportionnelle à l'intensité i mesurer.
6. Comment peut-on influencer sur les différents paramètres α, λ et J pour éviter que l'aiguille n'oscille trop longtemps avant d'atteindre sa position d'équilibre ?

7. A l'intérieur du multimètre se trouve une résistance R de grande valeur. Le cadre mobile a une résistance négligeable devant R . On suppose que tous les branchements électriques sont possibles dans l'appareil sans affecter le comportement mécanique du cadre. Quels branchements faut-il effectuer pour transformer l'ampèremètre étudié en un voltmètre apte à mesurer une tension constante ?
8. Un wattmètre est destiné à mesurer la puissance moyenne $P = \langle p(t) \rangle$ reçue par un dipôle dans un circuit en régime temporellement variable. On note $U(t)$ la tension aux bornes de ce dipôle et $i(t)$ le courant qui le traverse, déphasé de φ par rapport à $U(t)$ (U et i étant orientés en convention récepteur). On suppose que le dipôle est linéaire et que le circuit qui le contient fonctionne en régime sinusoïdal à la pulsation ω . Déterminer les expressions de $p(t)$ et de P .

Peut-on mesurer P en mesurant $U(t)$ et $i(t)$ séparément ?

9. Un wattmètre analogique est une adaptation de l'ampèremètre étudié précédemment. Le courant $i(t)$ passe dans le cadre. L'aimant est remplacé par un électroaimant alimenté par la tension $U(t)$. On admet que l'intensité B_0 du champ magnétique des questions précédentes est alors remplacée par $B(t) = KU(t)$, où K est une constante de proportionnalité. Montrer que, si $\omega > \omega_0$, l'aiguille atteint une position d'équilibre dont l'angle de déviation est proportionnel à P .