Mise au point (1/4)

A.1. Signe de $D - f'_1$

Si A est à l'infini son image par $\mathcal{L}_1$ est en F'_1.

On veut d'autre part que

$$A_1 = F'_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_2 = O.$$

Or une lentille mince divergente ne donne une image réelle que d'un objet virtuel (ici F'_1) placé entre le plan focal objet et la lentille. En effet :

$$\frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2}$$

Image réelle $\frac{1}{\overline{O_2A_2}} > 0 \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} + \frac{1}{f'_2} > 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} > \frac{1}{f_2} \Rightarrow \overline{O_2F'_1} < f_2$$

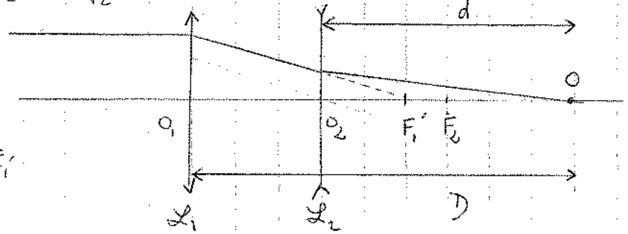
F'_1 est donc situé entre O_2 et F_2.

D'autre part : $\frac{1}{\overline{O_2O}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2}$

$$\frac{1}{\overline{O_2O}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} - \frac{1}{f_2}$$

$$\overline{O_2O} = d = \frac{f_2\,\overline{O_2F'_1}}{f_2 - \overline{O_2F'_1}}$$

$$\frac{d}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{f_2}{f_2 - \overline{O_2F'_1}} > 1$$



On a donc : $D - f'_1 > 0$.

A.2. Expression de d_∞

On applique la relation de Newton à $\mathcal{L}_2$

$$\overline{F_2F'_1}\cdot\overline{F'_2O} = -f'^2_2$$

or $\overline{F_2F'_1} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1}$

$= -f_2 + d_\infty - D + f'_1$

et $\overline{F'_2O} = \overline{F'_2O_2} + \overline{O_2O}$

$= +f_2 + d_\infty$

On obtient.

Mise au point (2/4)

$$(f'_1 + d_\infty - f_2 - D)(d_\infty + f_2) = -f'^2_2$$

$$f'_1 d_\infty + f'_1 f_2 + d_\infty^2 + f_2 d_\infty - f_2 d_\infty - f_2^2 - D d_\infty - D f_2 = -f'^2_2$$

On obtient l'équation du second degré :

$$d_\infty^2 + d_\infty(f'_1 - D) + f_2(f'_1 - D) = 0$$

$$\Delta = (f'_1 - D)^2 - 4f_2(f'_1 - D) = (f'_1 - D)(f'_1 - D - 4f_2)$$

$$\Delta = (D - f'_1)(D + 4f_2 - f'_1) > 0$$

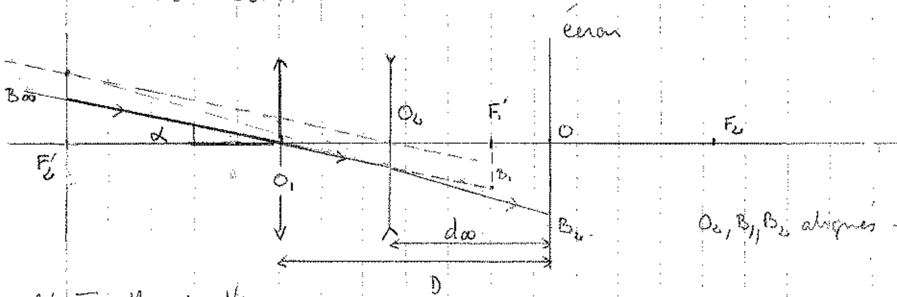
La racine positive de l'équation est :

$$d_\infty = \frac{1}{2}\left(D - f'_1 + \left((D - f'_1)(D + 4f_2 - f'_1)\right)^{1/2}\right)$$

A3. Schéma

$$d_\infty = \frac{1}{2}\left(5 - 4 + \left((5-4)(5 + 4\times 6 - 4)\right)^{1/2}\right)$$

$d_\infty = 3$ cm



O_2, B_1, B_2 alignés.

A4. Taille de l'image

On a $\frac{\overline{OB_2}}{\overline{O_2O}} = \frac{\overline{F'_1B_1}}{\overline{O_2F'_1}}$ et $\alpha = -\frac{\overline{F'_1B_1}}{\overline{O_1F'_1}}$ avec $\alpha > 0$.

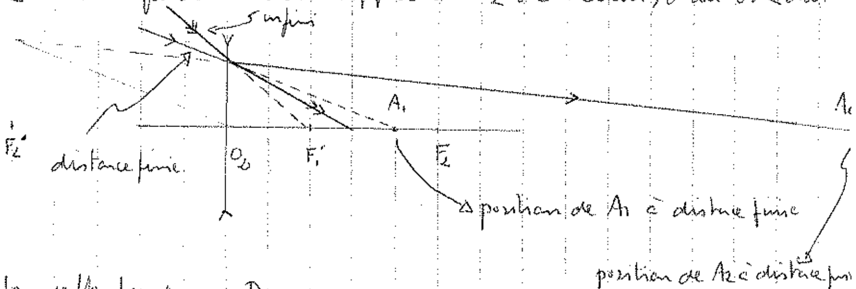
$$\overline{OB_2} = \frac{\overline{F'_1B_1}}{\overline{O_2F'_1}}\,\overline{O_2O} = -\alpha\,\frac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{O_2F'_1}}\,\overline{O_2O} = -\alpha\,\frac{f'_1}{f'_1 + d_\infty - D}\,d_\infty$$

Mise au point (3/4)

B1. Modification de la position de $\mathcal{L}_2$ -

Si A est à distance finie (avec $|\overline{O_1A}| > f_1'$) son image A_1 est à une distance telle que $\overline{O_1A_1} > f_1'$

D'autre part plus A_1 est éloigné de O_2, plus l'effet divergent de $\mathcal{L}_2$ est marqué. On doit rapprocher $\mathcal{L}_2$ de l'écran, d'où $d < d_\infty$.



B2. Nouvelle longueur D

On veut $d_\infty = D$: D'après la relation de Newton écrite en A.2. on obtient

$$D = \frac{f_1' f_2}{f_2 - f_1'} \longleftrightarrow \frac{1}{D} = \frac{1}{f_1'} - \frac{1}{f_2} \qquad D = 12\,\text{cm}.$$

Ce résultat correspond à l'association de deux lentilles accolées -

C.1. Profondeur de mise au point

On peut avoir $0 < d \leq D$

- Si $d = 0$, $\mathcal{L}_2$ est accolée à l'écran : A_2 et A_1 sont alors confondus avec O. Il s'ensuit que A et O_2 sont conjugués.

Soit $\dfrac{1}{\overline{O_1O}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f_1'}$

$$\frac{1}{D} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{D} - \frac{1}{f_1'} \qquad \text{or } \frac{1}{D} = \frac{1}{f_1'} - \frac{1}{f_2}$$

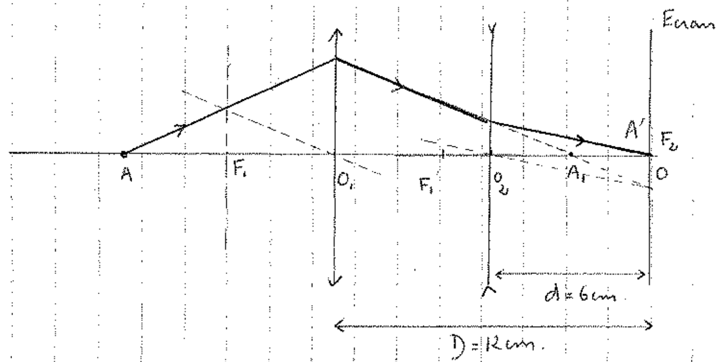
d'où $\dfrac{1}{\overline{O_1A}} = -\dfrac{1}{f_2}$

Mise au point (4/4)

- Si $d = D$, $\mathcal{L}_2$ est accolée avec $\mathcal{L}_1$ et le point A est à l'infini

La profondeur de mise est $D =]-\infty, -f_2[$

C2. Schéma



$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = -\frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2A'}} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f_2} = \frac{2}{f_2}$$

$$\overline{O_2A_1} = 3\,\text{cm} = \frac{d}{2}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{f_1'} = \frac{1}{\overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1}} - \frac{1}{f_1'}$$

$$= \frac{1}{d + \overline{O_2A_1}} - \frac{1}{f_1'}$$

$$\overline{O_1A} = \frac{f_1'(d + \overline{O_2A_1})}{f_1' - (d + \overline{O_2A_1})} = -7{,}2\,\text{cm}.$$

Loupe et viseur

Loupe

1. Latitude de mise au point.

Une loupe est une lentille mince convergente qui donne d'un objet placé entre son foyer objet et son centre une image virtuelle, de même sens et agrandie.

- Quand l'oeil n'accomode pas, l'image A_1' de A_1 est à la distance δ_{max}, la position de A_1 de l'objet est donc le point F d'où :

$$\overline{O_2A_1} = -f'$$

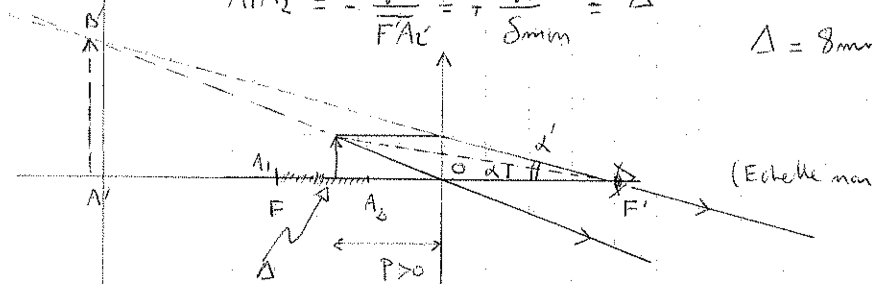
- Quand l'oeil accomode au maximum, l'image A_2' est à la distance δ_{min} de l'oeil qui lui se trouve en F'.

En appliquant la relation de Newton :

$$\overline{FA_2}\;\overline{F'A_2'} = -f'^2$$

Et en remarquant que F est aussi le point A_1, on obtient

$$\overline{A_1A_2} = -\frac{f'^2}{\overline{F'A_2'}} = +\frac{f'^2}{\delta_{min}} = \Delta \qquad \Delta = 8\,mm$$



(Echelle non respectée)

2a. Puissance et grossissement

- $P = \dfrac{\alpha'}{\overline{AB}}$ or $\tan\alpha' \simeq \alpha' = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A'F'}} = \dfrac{\overline{AB}}{f'}$

$P = \dfrac{1}{f'}$ $\qquad P = 25\,\delta$

- $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ or $\tan\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{p+f'} \simeq \alpha$

$$G = 1 + \frac{p}{f'}$$

2b. Application numérique.

$\overline{AB} = 200\,\mu m \qquad \alpha' = P.\overline{AB} = 5.10^{-3}\,rd.$

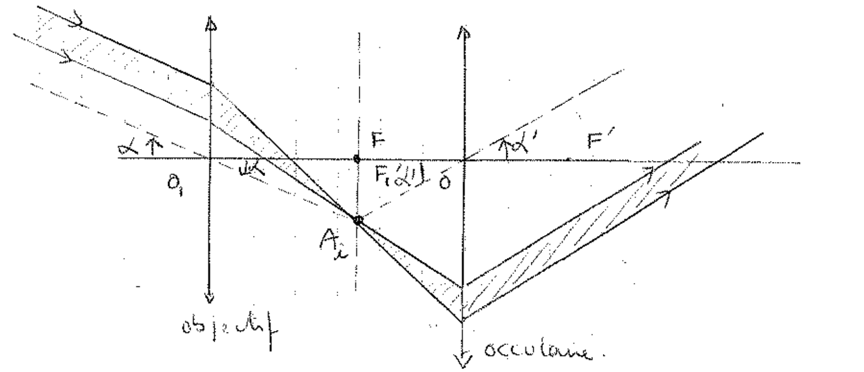
D'autre part la distance p peut varier entre $p = +f'$ et $p = +f' - \dfrac{f'^2}{\delta_{min}}$

G varie donc entre $G_1 = 2$ et $G_2 = 2 - \dfrac{f'}{\delta_{min}}$

3. Schéma

Le système est afocal. Le foyer F_1' de l'objectif coïncide avec le foyer objet F de l'occulaire.

$\overline{O_1O} = f_1' + f' \qquad \overline{O_1O} = 16{,}5\,cm$



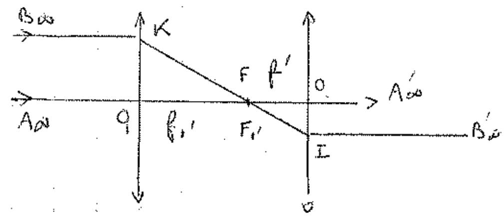
$\tan\alpha = -\dfrac{\overline{A_2F}}{\overline{O_1F}} \simeq \alpha \quad ; \quad \tan\alpha' = \dfrac{\overline{A_2F}}{\overline{FO}} \simeq \alpha$

$G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = -\dfrac{f_1'}{f'} \qquad G = -3{,}125$

$\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OI}}{\overline{O_1K}} =$

$\gamma = \dfrac{\overline{OF}}{\overline{O_1F}} = -\dfrac{f'}{f_1'}$

$\gamma = \dfrac{1}{G} \longrightarrow \gamma G = 1$



4. Cercle oculaire.

La position O_1' du cercle oculaire, image de O_1 à travers l'oculaire est déterminée par la relation de Newton :

$$\overline{F'O_1'}\cdot\overline{FO_1} = -f'^2 \quad \text{or } \overline{FO_1} = -f_1'$$

$$\overline{F'O_1'} = +\frac{f'^2}{f_1'} \qquad \overline{F'O_1'} = 1{,}28\text{ cm} \implies \overline{OO_1'} = f_1' + \overline{F_1'O_1'}$$

Le diamètre D_o est donné par la valeur absolue du grandissement de l'oculaire :

$$|\gamma| = \frac{D_o}{D} = \frac{\overline{OO_1'}}{\overline{O_1O}}\times 2 \rightarrow D_o = D\,\frac{\overline{OO_1'}}{\overline{O_1O}}\times 2$$

$$D_o = 1{,}5\,\frac{5{,}28}{16{,}5}\times 2 = 0{,}96\text{ cm.}$$

Tous les rayons émergents du viseur passent à travers le cercle oculaire de diamètre D_o situé à 5,28 cm de O.

5. Déplacement X

Comme l'œil n'accommode pas, l'observateur regarde dans le viseur à l'infini donc :

$$A \xrightarrow{obj} A_1 = F \xrightarrow{oculaire} \infty$$

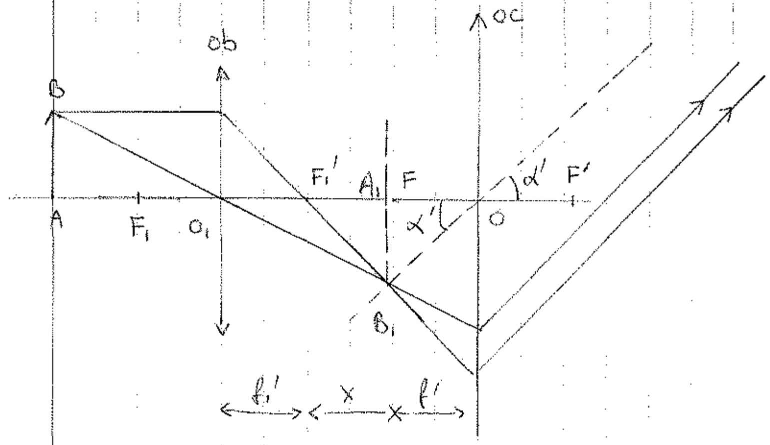
On a : $\frac{1}{\overline{O_1F}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \rightarrow \frac{1}{f_1'+X} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f_1'}$

d'où :

$$X = \frac{f_1'^2}{d - f_1'} \qquad X = 120\text{ mm.}$$

6. Puissance P_v

$$P_v = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$$



$$\tan\alpha' = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f'} \qquad \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{X + f_1'}{d}$$

$$P_v = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{f_1' + X}{d\,f'} = \frac{f_1'}{f'(d - f_1')} \qquad P_v = 24\,\delta$$

7. Cercle oculaire.

On a

$$\overline{F'O_1'}\cdot\overline{FO_1} = -f'^2$$

$$\overline{F'O_1'} = \frac{f'^2}{f_1' + X} \qquad \overline{F'O_1'} = 6{,}5\text{ mm}$$

$$D_o = 2D\,\frac{\overline{OO_1'}}{\overline{O_1O}} \qquad D_o = 4{,}9\text{ mm.}$$

Téléobjectif.

1. Schéma

* 1ère méthode.

On regarde à quoi est équivalent l'association $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ accolés en posant $O_4 = O_1 = O_2$.

On a $A \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A' \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A''$

Pour $\mathcal{L}_2$: $\frac{1}{\overline{O_4A'}} - \frac{1}{\overline{O_4A}} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_4A'}} = \frac{1}{\overline{O_4A}} + \frac{1}{f_2'}$

Pour $\mathcal{L}_1$: $\frac{1}{\overline{O_4A''}} - \frac{1}{\overline{O_4A'}} = \frac{1}{f_1'}$

Par remplacement :

$$\frac{1}{\overline{O_4A''}} - \frac{1}{\overline{O_4A}} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} = \frac{1}{f_4'}$$

les lentilles L_1 et L_2 sont donc équivalentes à une lentille $\mathcal{L}_4$ unique de centre O_4 et de focale image $f_4' = -37,5$ mm. ($\mathcal{L}_4$ est donc divergente)

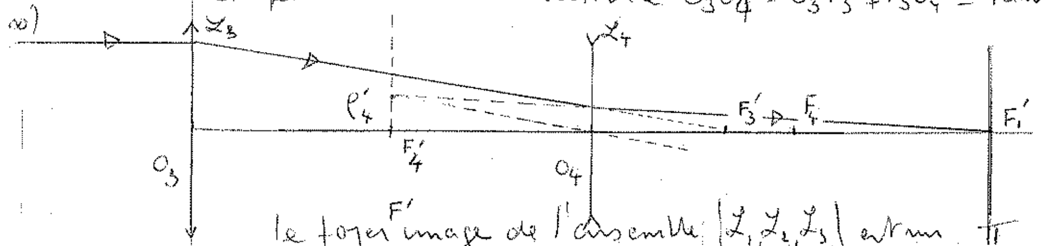
On a donc la situation suivante :

$\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_3} F_3' \xrightarrow{\mathcal{L}_4} F_1'$ F_1' position du plan Π.

$$\frac{1}{\overline{O_4F_1'}} - \frac{1}{\overline{O_4F_3'}} = \frac{1}{f_4'} \Rightarrow \overline{O_4F_3'} = \frac{f_4'\,\overline{O_4F_1'}}{f_4' - \overline{O_4F_1'}} = \frac{f_4' f_1'}{f_4' - f_1'}$$

$$\overline{O_4F_3'} = 25 \text{ mm.}$$

On peut en déduire la distance $\overline{O_3O_4} = \overline{O_3F_3'} + \overline{F_3'O_4} = 75$ mm.



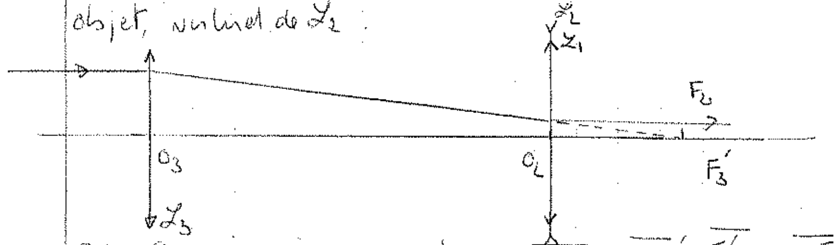
le foyer image F' de l'ensemble $\{\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3\}$ est sur la pellicule Π et coïncide avec F_1'

* 2ième méthode.

On a $(\infty) \xrightarrow{\mathcal{L}_3} F_3' \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_1'$

Pour avoir $A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_1'$ il faut que A soit pour $\mathcal{L}_1$ un objet à l'infini sur l'axe optique.

Pour avoir $\overline{F_3'} \xrightarrow{\mathcal{L}_2} \infty$ il faut que F_3' corresponde au foyer objet, virtuel de $\mathcal{L}_2$.



On détermine ainsi la distance $\overline{O_3O_2} = \overline{O_3F_3'} + \overline{F_3'O_2} = \overline{O_3F_3'} + \overline{F_2O_2}$

$$\overline{O_3O_2} = f_3' - f_2 = f_3' + f_2' = 75 \text{ mm}$$

2. Encombrement.

$\overline{O_3F'} = \overline{O_3O_2} + \overline{O_2F'} = \overline{O_3O_2} + \overline{O_1F_1'}$ (aussi $\overline{O_3F'} = \overline{O_3O_4} + \overline{O_4F_1'}$)

$\overline{O_3F'} = 150$ mm

3. Grandeur $\overline{A'B'}$

$\overline{AB} \xrightarrow{\mathcal{L}_3} \overline{A_3B_3} \xrightarrow{\mathcal{L}_4} \overline{A'B'}$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_3B_3}} \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_4A'}}{\overline{O_4A_3}} \frac{\overline{O_3A_3}}{\overline{O_3A}} \qquad O_4 = O_2 = O_1.$$

Comme $d \gg f_3'$ l'image $\overline{A_3B_3}$ de $\overline{AB}$ par $\mathcal{L}_3$ se trouve pratiquement dans le plan focal de $\mathcal{L}_3$ d'où $\overline{O_3A_3} \simeq f_3' = \overline{O_3F_3'}$

D'autre part $\overline{O_4A'} = \overline{O_4F'} = f_1'$

$$\gamma = -\frac{f_1'}{\overline{O_4A_3}} \frac{f_3'}{d} = -\frac{f_1' f_3'}{\overline{O_4F_3'}\, d} \qquad \text{avec } \overline{O_4F_3'} = \frac{f_1' f_4'}{f_4' - f_1'}$$

$$\overline{A'B'} = -\frac{f_1' f_3'}{\overline{O_4F_3'}\, d}\, \overline{AB} \qquad \overline{A'B'} = -6\,mm.$$

4. Encombrement avec une seule lentille.

L'encombrement est dans ce cas égal à la distance focale de la lentille utilisée.

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{f'}{\overline{OA}} = -\frac{f'}{d}$$

$$f' = -d\,\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \qquad f' = -3.10^6\,\frac{(-6)}{6.10^4}$$

$$f' = 300\,mm.$$

Ce dispositif serait deux fois plus encombrant.