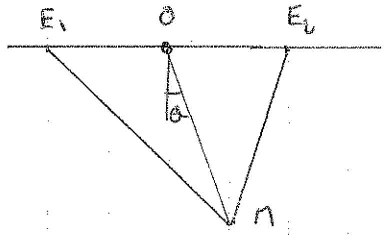
Interférences ultrasonores.

1. Interfrange.

1.1. Schéma



1.2. E_1H

E_1H est la différence $E_1M - E_2M = r_1 - r_2$, c'est la différence des distances parcourues par les deux ondes ultrasonores.

1.2. Déphasage.

On considère le rectangle E_1E_2H comme rectangle. On obtient :

$E_1H = a\sin\theta$

le déphasage φ entre les deux ondes reçues en M est :

$$\varphi = 2\pi \frac{a}{\lambda} \sin\theta$$

1.3. Maximum d'amplitude

Les interférences constructives sont obtenues lorsque φ est un multiple de 2π, donc pour :

$$\varphi = 2p\pi = 2\pi \frac{a}{\lambda} \sin\theta \quad p \in \mathbb{N}$$

$$\sin\theta = p \frac{\lambda}{a}$$

- Pour $p = 0$, c.a.d sur l'axe Ox, un maximum d'amplitude est observé
- pour $p = \pm 1$, $\theta = \pm 12°$, cela correspond à 2 points symétriques par rapport à l'axe Ox. C'est l'intersection des deux hyperboles bordant Ox avec le cercle de rayon R sur lequel se déplace le microphone M
- pour $p = \pm 2$, $\theta = \pm 25°$

Pour des valeurs plus élevées de p, les angles sortent de l'intervalle proposé.

2- Minima d'amplitude.

2.1 Minimum d'amplitude

Il y a interférences destructives lorsque les ondes arrivant au point M sont en opposition de phase $\Rightarrow \varphi = 2p\pi + \pi$ avec $p \in \mathbb{N}$

On a :

- $\varphi = \pm \pi \rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{2a} \rightarrow \theta = \pm 6°$
- $\varphi = \pm 3\pi \rightarrow \sin \theta = \pm \frac{3\lambda}{2a} \rightarrow \theta = \pm 15°$

2.2 Valeur minimale d'amplitude attendue.

Pour des ondes de même amplitude, l'opposition de phase doit conduire à une annulation de l'amplitude résultante.

2.3. Défauts

- Ecart entre les amplitudes des ondes
- Ondes parasites dues à des réflexions sur des obstacles alentours
- Taille du récepteur qui n'est pas ponctuel alors que les lieux d'annulation eux le sont.

3- Inversion de phase.

3.1. Etat d'interférences sur l'axe Ox

Sur l'axe Ox, les durées de trajet des ondes sont identiques, le déphasage est alors égal à celui de l'émission. Les ondes reçues sont en opposition de phase, les interférences sont destructives.

3.2. Nouveaux points

Ajouter π au déphasage φ revient à intervertir les lieux des maxima et minima d'amplitude.

3.3. Inversion de l'autre signal.

L'inversion de l'autre signal revient à rétablir la mise en phase des deux émissions : on retrouve les observations du début

SP.O2.2. Facteur de contraste.

a) Dans le cas d'interférences constructives, l'amplitude de l'onde résultante est $S_{max} = S_1 + S_2$, donc :

$$I_{max} = \frac{(S_1 + S_2)^2}{2}.$$

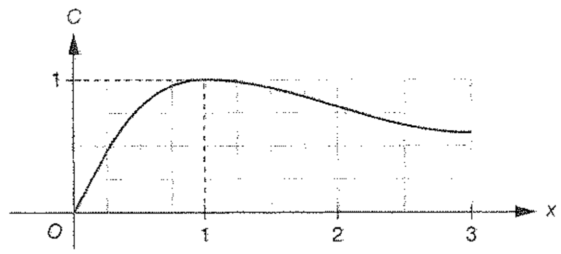
Dans le cas d'interférences destructives, l'amplitude étant $S_{min} = |S_1 - S_2|$:

$$I_{min} = \frac{(S_1 - S_2)^2}{2}.$$

b) $I_{max} - I_{min} \leqslant I_{max} + I_{min}$, donc $C \leqslant 1$. En outre, $I_{min} \leqslant I_{max}$, donc numérateur et dénominateur de C sont positifs : $C \geqslant 0$.

Partant de $I_{max} = I_{min}$, ce qui est le pire des cas (il n'y a plus de contraste alors), diminuer I_{min} a pour effet d'accroître le numérateur de C et de diminuer son dénominateur : C augmente donc avec la qualité de la figure d'interférences.

c) $$C = \frac{(S_1+S_2)^2 - (S_1-S_2)^2}{(S_1+S_2)^2 + (S_1-S_2)^2} = \frac{4S_1S_2}{2S_1^2+2S_2^2} = \frac{2x}{1+x^2}.$$



Le contraste est maximum pour $x = 1$, c'est-à-dire lorsque les ondes qui interfèrent ont même amplitude. Ce résultat est prévisible : c'est dans cette situation qu'il y a annulation de l'amplitude résultante dans le cas d'interférences destructives, ce qui rend le contraste égal à 1 ($I_{min} = 0$).

SP.O2.3. Radar routier.

a) Le retard dû à l'aller-retour radar-véhicule est $\tau = 2d/c$, il est constant lorsque le véhicule est immobile. Les ondes émise et reçue ont même fréquence, mais présentent un déphasage :

$$\varphi = -\omega\tau = -2\pi\nu\tau = -\frac{4\pi\nu d}{c}.$$

Entre le radar et la cible, l'onde résultante a les caractéristiques d'une onde stationnaire, avec éventuellement une différence d'amplitude entre l'onde incidente et l'onde réfléchie : les nœuds de vibrations ne sont pas des annulations.

b) La distance parcourue par l'onde croît avec le temps : $2d = 2d_0 + 2Vt$. Le déphasage s'écrit donc :

$$\varphi(t) = -\frac{4\pi\nu(d_0 + Vt)}{c}.$$

La vibration reçue au niveau du radar s'exprime, au cours du temps, par :

$$s_r(t) = S_r \cos(2\pi\nu t + \varphi(t))$$
$$= S_r \cos\left[2\pi\nu t - \frac{4\pi\nu V}{c}t - \frac{4\pi\nu d_0}{c}\right].$$

La fréquence ν' de l'onde réfléchie n'est plus identique à celle de l'onde émise :

$$\nu' = \nu - 2\nu\frac{V}{c}.$$

Cet effet prend le nom d'effet Doppler, il existe pour tous les phénomènes ondulatoires. Dans le cas acoustique, il se manifeste par la différence de hauteur du son reçu de la part d'un véhicule, selon qu'il est immobile, qu'il est en mouvement vers l'auditeur ou qu'il s'en éloigne.

c) La différence de fréquence s'écrit :

$$\Delta\nu = \nu' - \nu = -2\nu\frac{V}{c}.$$

Pour la fréquence d'émission donnée et un véhicule se déplaçant à $v \leqslant 130$ km/h donc $v \leqslant 36$ m.s^{-1},

$$\Delta\nu \leqslant 5.10^3 \text{ Hz}.$$

d) La différence de fréquence est très inférieure à la fréquence moyenne, on observe donc un phénomène de battements. C'est cette fréquence de battement que le radar doit mesurer pour en déduire la vitesse du véhicule.

Le traitement du signal reçu fait appel à un changement de fréquence, notion qui dépasse le cadre du programme.

Battements - Expressions temporelles -

1 - Expression de $s(t)$.

La superposition des deux signaux a une amplitude instantanée

$$s(t) = S_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + S_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

On pose $\alpha_1 = \omega_1 t + \varphi_1$ et $\alpha_2 = \omega_2 t + \varphi_2$.

$$s(t) = S_1 \cos\alpha_1 + S_2 \cos\alpha_2 .$$

Cette expression peut se mettre sous la forme :

$$s(t) = \frac{S_1 + S_2}{2}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2) + \frac{S_1 - S_2}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

$$s(t) = (S_1 + S_2)\cos\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}\cos\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2} - (S_1 - S_2)\sin\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}\sin\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2}$$

Soit :

$$s(t) = (S_1+S_2)\cos\frac{(\omega_1+\omega_2)t+\varphi_1+\varphi_2}{2}\cos\frac{(\omega_1-\omega_2)t+\varphi_1-\varphi_2}{2} - (S_1-S_2)\sin\frac{(\omega_1+\omega_2)t+\varphi_1+\varphi_2}{2}\sin\frac{(\omega_1-\omega_2)t+\varphi_1-\varphi_2}{2}$$

En prenant les notations du texte :

$$\boxed{s(t) = (S_1+S_2)\cos(\omega_m t + \varphi_m)\cos(\omega_d t + \varphi_d) - (S_1-S_2)\sin(\omega_m t + \varphi_m)\sin(\omega_d t + \varphi_d)}$$

2 - Dates des maximum et minimum - Période.

Dans le cas où $S_1 = S_2$, on a :

$$s(t) = 2S_1\cos(\omega_m t + \varphi_m)\cos(\omega_d t + \varphi_d)$$

le terme $2S_1\cos(\omega_d t + \varphi_d)$ est un terme variant lentement et est appelée l'enveloppe (Pour $\omega_1 \simeq \omega_2$)

le terme $\cos(\omega_m t + \varphi_m)$ variant plus rapidement est la porteuse

les maxima de $|s(t)|$ sont atteints aux instants :

$$\omega_d t_{max} + \varphi_d = p\pi$$

$$t_{max} = \frac{p\pi - \varphi_d}{\omega_d} = \frac{2p\pi - 2\varphi_d}{\omega_1 - \omega_2}.$$

Ils sont répartis d'une période ΔT.

$$\boxed{\Delta T = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}}$$

les minima d'amplitude correspondent aux annulations de l'enveloppe

$$\varphi_d + \omega_d t_{min} = p\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$t_{min} = \frac{1}{\omega_d}\left(p\pi + \frac{\pi}{2} - \varphi_d\right) = \frac{2}{\omega_1 - \omega_2}\left(p\pi + \frac{\pi}{2} - \varphi_d\right)$$

$$t_{min} = \frac{2p\pi - 2\varphi_d}{\omega_1 - \omega_2} + \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2} = t_{max} + \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2} = t_{max} + \frac{\Delta T}{2}$$

On peut remarquer que les minima sont "situés" à mi-temps des maxima.