



RLC, ω, R, RLWS, R

1. Fonction de transfert.

$$H(j\omega) = \frac{u_s}{u_e} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC} + \frac{R}{j\omega L}}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\omega^2 LC} + j \frac{R}{\omega L}}$$

2. Diagramme asymptotique

$$G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \frac{1}{\left( \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)^2 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2 \right)^{1/2}} = -10 \log \left( \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)^2 + \frac{R^2}{\omega^2 L^2} \right)$$

$$\varphi = \arg H(j\omega) = -\arg \left( \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right) - j \frac{R}{\omega L} \right)$$

Si  $1 - \frac{1}{\omega^2 LC} > 0 \Rightarrow \omega > \frac{1}{\sqrt{LC}}$   $\varphi = -\arctan \left( -\frac{R}{\omega L \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)} \right)$

Si  $1 - \frac{1}{\omega^2 LC} < 0 \Rightarrow \omega < \frac{1}{\sqrt{LC}}$   $\varphi = -\pi - \arctan \left( -\frac{R}{\omega L \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)} \right)$

Pour  $\omega \rightarrow +\infty$   $G_{dB} = 0$

$\omega \rightarrow 0$   $G_{dB} = -10 \log \frac{1}{\omega^2 LC} = +40 \log \omega$

Pour  $\omega \rightarrow \infty$  (dans  $\omega > \frac{1}{\sqrt{LC}}$ )  $\varphi = 0$

$\omega \rightarrow 0$   $\varphi = -\pi$  (ce qui correspond à un déphasage de  $\pi$ ).

Exerc.

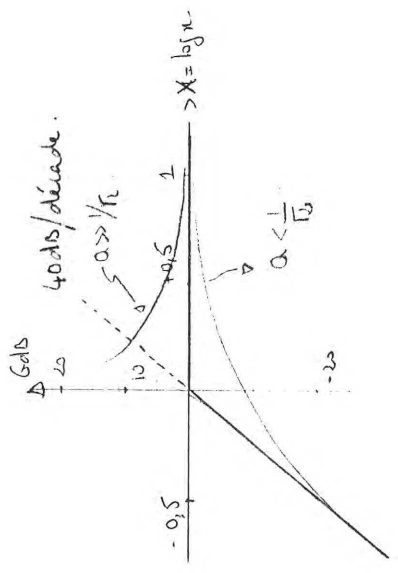
On étudie le pôle de la réponse asymptotique en calculant  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (point de rencontre des asymptotes) l'écart entre le facteur de la réponse en gain et la réponse asymptotique.

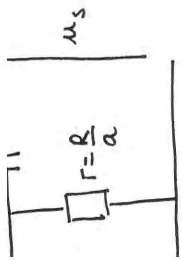
0 < ω < ω₀, Q²ω²

$$\frac{dG}{d\omega} = 2 \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right) \left(\frac{2}{\omega^3}\right) - \frac{2}{\omega^3} \frac{1}{Q^2} = \frac{2}{\omega^3} \left(2 - \frac{2}{\omega^2 LC} - \frac{1}{Q^2}\right)$$

$$\frac{dG}{d\omega} = 0 \Rightarrow \omega^4 = \frac{2Q^2}{2Q^2 - 1} \Rightarrow Q > \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ pour } \omega^4 > 0$$

On peut remarquer que  $n > 1$  (logique  $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ ), les conditions sont satisfaites.





$$x = \omega Z = \omega C \sqrt{R} r$$

De ces expressions on tire:

$$x^2 = \omega^2 C^2 R r \Rightarrow x^2 r = \omega^2 C^2 R^2$$

$$\Rightarrow r C \omega = x \sqrt{\frac{r}{R}} = \frac{x}{\sqrt{a}}$$

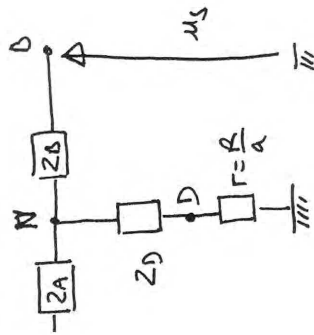
$$x^2 = \omega^2 C^2 R r \Rightarrow x^2 R = \omega^2 C^2 R^2 r$$

$$\Rightarrow R C \omega = x \sqrt{\frac{R}{r}} = x \sqrt{a}$$

ication du théorème de Kennedy.

sème de Kennedy permet d'éliminer que le réseau ci-dessus est

clent à :



$Z_i =$  produit des impédances complexes branchées en  $\Delta$   
Somme des impédances complexes du triangle.

D'où :

$$Z_A = \frac{R}{\omega C \omega} = Z_B$$

$$Z_D = \frac{-\frac{1}{C \omega^2}}{R + \frac{2}{j C \omega}}$$

ait ces impédances sous la forme :

$$Z = \frac{R}{\dots}$$

$$\tilde{H}(j\omega) = \frac{Z_D + r}{Z_A + Z_D + r} = \frac{\frac{C\omega}{2 + j\sqrt{a}x} + r}{\frac{R}{2 + j\sqrt{a}x} + \frac{-j/\omega}{2 + j\sqrt{a}x} + r}$$

$$\tilde{H}(j\omega) = \frac{-\frac{j}{\omega} + 2r + j\sqrt{a}x}{R - \frac{j}{\omega} + 2r + j\sqrt{a}x}$$

$$\tilde{H}(j\omega) = \frac{-j + 2rC\omega + j\sqrt{a}x}{RC\omega - j + 2rC\omega + j\sqrt{a}x} \quad \text{comme } r = R$$

$$\tilde{H}(j\omega) = \frac{-j + \frac{2x}{\sqrt{a}} + jx^2}{x\sqrt{a} - j + \frac{2x}{\sqrt{a}} + jx^2} \times \left(\frac{j}{j}\right)$$

$$\tilde{H}(j\omega) = \frac{1 + 2j\frac{x}{\sqrt{a}} - x^2}{1 + jx\left(\sqrt{a} + \frac{2}{\sqrt{a}}\right) - x^2}$$

2. Etude de  $\tilde{H}(j\omega)$

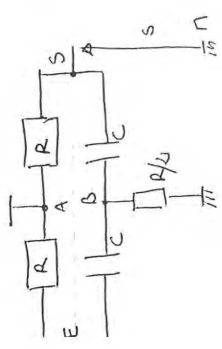
$\omega \rightarrow 0$   $\tilde{H}(j\omega) \rightarrow 1$ . les condensateurs ont une impédance et aucun ne circule dans R.

$\omega \rightarrow \infty$   $\tilde{H}(j\omega) \rightarrow 1$  Impédance négligeable de C.

$\dots$   $\tilde{H}(j\omega) = \frac{Z}{\dots}$  et d'autant plus petit

un impédance qui minimise la puissance de charge (impédance).

On applique le théorème de Thévenin.  
On a:  $V_E = e$ ,  $V_S = s$  car  $V_A = 0$   
On pose  $x = RC\omega$



en A:  $V_A \left( \frac{2}{R} + 2jC\omega \right) = \frac{VE}{R} + \frac{VS}{R}$  donc  $2VA(1+jx) = e + s$  ①  
 en B:  $V_B \left( \frac{2}{R} + 2jC\omega \right) = jC\omega V_E + jC\omega V_S \Rightarrow 2VB(1+jx) = jx(e+s)$  ②  
 en S:  $V_S \left( \frac{1}{R} + jC\omega \right) = \frac{VA}{R} + \frac{VS}{R} jC\omega \Rightarrow \frac{VA}{R} + \frac{VS}{R} jC\omega = \frac{VA}{R} + jx \frac{VS}{R}$  ③

On multiplie ③ par  $2(1+jx)$  pour faire apparaître des termes en  $2VA(1+jx)$  et  $2VB(1+jx)$  que l'on remplace grâce à ① et ②. Donc:

$$2 \cdot \frac{VA}{R} (1+jx)^2 = 2VA(1+jx) + 2jx(1+jx) \frac{VS}{R}$$

$$2 \cdot \frac{VS}{R} (1+jx)^2 = \frac{e+s}{R} + \frac{(jx)^2}{R} (e+s) = \frac{e}{R} (1-x^2) + \frac{s}{R} (1-x^2)$$

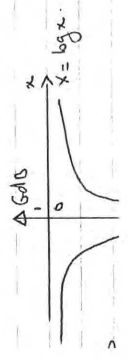
$$\frac{e}{R} (1-x^2) + \frac{s}{R} (1-x^2) - (1-x^2) \frac{VS}{R} = \frac{e}{R} (1-x^2)$$

$$\frac{s}{R} (1-x^2) + 4jx \frac{VS}{R} = \frac{e}{R} (1-x^2) \quad \text{d'où}$$

$$H(j\omega) = \frac{s}{e} = \frac{1-x^2}{1-x^2 + 4jx} = \frac{1}{1 + 4j \frac{x}{1-x^2}}$$

$$GdB = 20 \log \left( \frac{1 + 16 \frac{x^2}{(1-x^2)^2} \right)^{1/2} = -10 \log \left( 1 + \frac{16x^2}{(1-x^2)^2} \right)$$

Pour  $x \rightarrow 0$   $GdB = 0$  Pour  $x \rightarrow \infty$   $GdB = 0$   
 $x \rightarrow 1^-$   $GdB \rightarrow \infty$  Pour  $x \rightarrow 1^+$   $GdB \rightarrow -\infty$



La courbe est symétrique par rapport à l'axe des gains. Elle est nulle au change  $x$  en  $-x$ , c'est à dire  $x$  en  $\frac{1}{x}$ . La

$$\varphi = \arg H(j\omega) = -\arg \left( 1 + 4j \frac{x}{1-x^2} \right)$$

$$\varphi = -\arctan \frac{4x}{1-x^2}$$

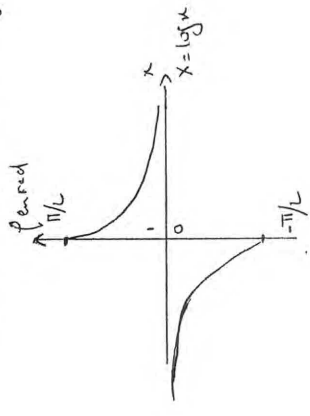
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{1-x^2} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{4}{x} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x}{1-x^2} = -\infty \Rightarrow \varphi = +\pi/2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x}{1-x^2} = +\infty \Rightarrow \varphi = -\pi/2$$

La courbe de réponse en phase est asymétrique par rapport car  $\varphi \left( \frac{1}{x} \right) = -\varphi(x)$  puis que le changement de  $x$  en  $\frac{1}{x}$  le dénominateur en son conjugué.



Le circuit est un des réseaux pour lesquels le réponse en phase est discontinue.

La présence d'une impédance de charge modifie le résultat. H dépend de la présence d'une charge.

