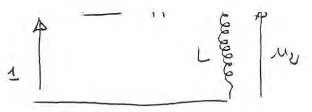


$\sqrt{LC}$, ω_0 , $RC\omega_0$ R

1. Fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_{2m}}{\underline{u}_{1m}} = \frac{jL\omega}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j^2 LC\omega^2} + \frac{R}{jL\omega}}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{x^2} - j\frac{1}{Qx}}$$

2 Diagramme asymptotique

$$G_{dB} = 20\log|\underline{H}(j\omega)| = 20\log\frac{1}{\left(\left(1-\frac{1}{x^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2x^2}\right)^{1/2}} = -10\log\left(\left(1-\frac{1}{x^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2x^2}\right)$$

$$\varphi = \arg\underline{H}(j\omega) = -\arg\left(\left(1-\frac{1}{x^2}\right) - j\frac{1}{Qx}\right)$$

Si $1 - \frac{1}{x^2} > 0 \Rightarrow x > 1$ $\quad \varphi = -\arctan\left(-\frac{1}{Qx\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}\right)$

Si $1 - \frac{1}{x^2} < 0 \Rightarrow x < 1$ $\quad \varphi = -\pi - \arctan\left(-\frac{1}{Qx\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}\right)$

Pour $x \to +\infty$ $\quad G_{dB} = 0$

$x \to 0$ $\quad G_{dB} \simeq -10\log\frac{1}{x^4} = +40\log x$

Pour $x \to \infty$ (donc $x>1$.) $\quad \varphi = 0$

$x \to 0$ $\quad \varphi = -\pi$ ce qui correspond à un déphasage de π.

Ecart.

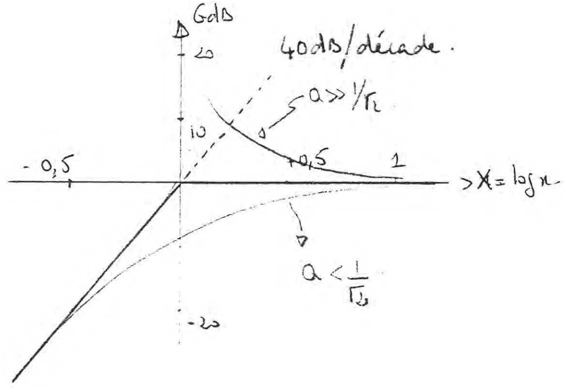
On évalue la qualité de la représentation asymptotique en calculant en $x = 1$ (point de concours des asymptotes) l'écart entre le graphe de la réponse en gain et sa représentation asymptotique

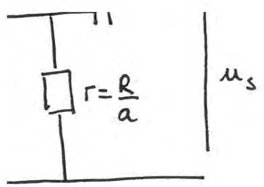
0 $($ $x^2)$ Q^2x^2

$$\frac{dy}{dx} = 2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\left(\frac{2}{x^3}\right) - \frac{2}{x^3}\frac{1}{Q^2} = \frac{2}{x^3}\left(2 - \frac{2}{x^2} - \frac{1}{Q^2}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{2Q^2}{2Q^2-1} \Rightarrow Q > \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ pour } x^2 > 0$$

On peut remarquer que $x > 1$ (lorsque $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$), les coordonnées sont positives.





$$x = \omega\tau = \omega C\sqrt{Rr}$$

De ces expressions on tire :

$$x^2 = \omega^2C^2Rr \quad (\times r) \Rightarrow x^2 r = \omega^2C^2r^2R.$$

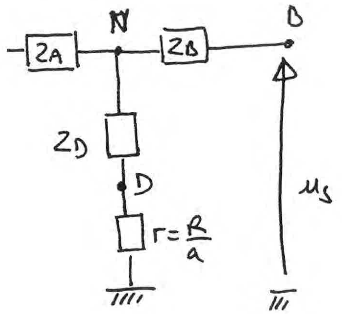
$$\Rightarrow rC\omega = x\sqrt{\frac{r}{R}} = \frac{x}{\sqrt{a}}$$

$$x^2 = \omega^2C^2Rr \quad (\times R) \Rightarrow x^2R = \omega^2C^2R^2r$$

$$\Rightarrow RC\omega = x\sqrt{\frac{R}{r}} = x\sqrt{a}.$$

ication du théorème de Kennely.

…rème de Kennely permet d'affirmer que le réseau ci-dessus est …lent à :



$$\underset{\sim}{Z_i} = \frac{\text{produit des impédances complexes branchées en } i}{\text{Somme des impédances complexes du triangle.}}$$

D'où :

$$\underset{\sim}{Z_A} = \frac{\frac{R}{jC\omega}}{R+\frac{2}{jC\omega}} = \underline{Z_B}$$

$$Z_D = \frac{-\frac{1}{C^2\omega^2}}{R+\frac{2}{jC\omega}}.$$

…it ces impédances sous la forme :

$$\ldots = \frac{R}{\ldots} = \frac{R}{\ldots}$$

$$\underset{\sim}{H}(j\omega) = \frac{\underset{\sim}{Z_D}+r}{\underset{\sim}{Z_A}+\underset{\sim}{Z_D}+r} = \frac{\frac{\overline{C\omega}}{2+j\sqrt{a}x}+r}{\frac{R}{2+j\sqrt{a}x}+\frac{-j/C\omega}{2+j\sqrt{a}x}+r}$$

$$\underset{\sim}{H}(j\omega) = \frac{\frac{-j}{C\omega}+2r+jr\sqrt{a}x.}{R-\frac{j}{C\omega}+2r+jr\sqrt{a}x}$$

$$\underset{\sim}{H}(j\omega) = \frac{-j+2rC\omega+jrC\omega\sqrt{a}x}{RC\omega-j+2rC\omega+jrC\omega\sqrt{a}x}$$

Comme r…

R

$$\underset{\sim}{H}(j\omega) = \frac{-j+\frac{2x}{\sqrt{a}}+jx^2}{x\sqrt{a}-j+\frac{2x}{\sqrt{a}}+jx^2} \times \left(\frac{j}{j}\right)$$

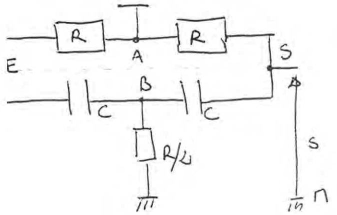
$$\boxed{\underset{\sim}{H}(j\omega) = \frac{1+2j\frac{x}{\sqrt{a}}-x^2}{1+jx\left(\sqrt{a}+\frac{2}{\sqrt{a}}\right)-x^2}}$$

2. Etude de $\underset{\sim}{H}(j\omega)$

$\omega \to 0$ $\quad \underset{\sim}{H}(j\omega) \to 1.$ les condensateurs ont une impédance … et aucun ne circule dans R.

$\omega \to \infty$ $\quad \underset{\sim}{H}(j\omega) \to 1$ Impédance négligeable de C.

… $\quad H(j\omega) = \frac{2}{\ldots}$ $\quad |H(j\omega)|$ est d'autant plus faible …



On suppose ... sort (résistance de charge infinie).

On applique le théorème de Millman.
On a : $V_E = e$, $V_S = s$ car $V_M = 0$
On pose $x = RC\omega$

en A : $\underset{\sim}{V_A}\left(\frac{2}{R} + 2jC\omega\right) = \frac{V_E}{R} + \frac{V_S}{R}$ donc $2V_A(1+jx) = \underset{\sim}{e} + \underset{\sim}{s}$ (1)

en B : $\underset{\sim}{V_B}\left(\frac{2}{R} + 2jC\omega\right) = jC\omega \underset{\sim}{V_E} + jC\omega \underset{\sim}{V_S} \Rightarrow 2V_B(1+jx) = jx(\underset{\sim}{e} + \underset{\sim}{s})$ (2)

en S : $\underset{\sim}{V_S}\left(\frac{1}{R} + jC\omega\right) = \frac{\underset{\sim}{V_A}}{R} + \underset{\sim}{V_B}\, jC\omega \Longrightarrow \underset{\sim}{s}(1+jx) = \underset{\sim}{V_A} + jx\underset{\sim}{V_B}$ (3)

On multiplie (3) par $2(1+jx)$ pour faire apparaître des termes en $2V_A(1+jx)$ et $2V_B(1+jx)$ que l'on remplace grâce à (1) et (2). Donc :

$$2\underset{\sim}{s}(1+jx)^2 = 2\underset{\sim}{V_A}(1+jx) + 2jx(1+jx)\underset{\sim}{V_B}$$

$$2\underset{\sim}{s}(1+jx)^2 = \underset{\sim}{e} + \underset{\sim}{s} + (jx)^2(\underset{\sim}{e} + \underset{\sim}{s}) = \underset{\sim}{e}(1-x^2) + \underset{\sim}{s}(1-x^2).$$

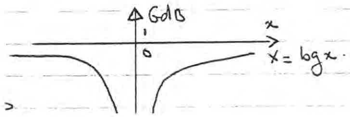
$$\underset{\sim}{s}\left(2(1+2jx-x^2) - (1-x^2)\right) = \underset{\sim}{e}(1-x^2).$$

$$\underset{\sim}{s}(1-x^2+4jx) = \underset{\sim}{e}(1-x^2) \quad \text{d'où :}$$

$$\boxed{\underset{\sim}{H}(j\omega) = \frac{\underset{\sim}{s}}{\underset{\sim}{e}} = \frac{1-x^2}{1-x^2+4jx} = \frac{1}{1+4j\frac{x}{1-x^2}}}$$

$$G_{dB} = 20\log\frac{1}{\left(1+16\frac{x^2}{(1-x^2)^2}\right)^{1/2}} = -10\log\left(1+\frac{16x^2}{(1-x^2)^2}\right)$$

Pour $x \to 0$ $\quad G_{dB} = 0$ $\qquad$ Pour $x \to \infty$ $\quad G_{dB} = 0$.
$x \to 1^-$ $\quad G_{dB} \to \infty$ $\qquad$ Pour $x \to 1^+$ $\quad G_{dB} \to -\infty$.



La courbe est symétrique par rapport à l'axe des gains. En effet si on change X en $-X$, c'est à dire x en $\frac{1}{x}$ la ...

$$\varphi = \arg \underset{\sim}{H}(j\omega) = -\arg\left(1+4j\frac{x}{1-x^2}\right)$$

$$\varphi = -\arctan\frac{4x}{1-x^2}$$

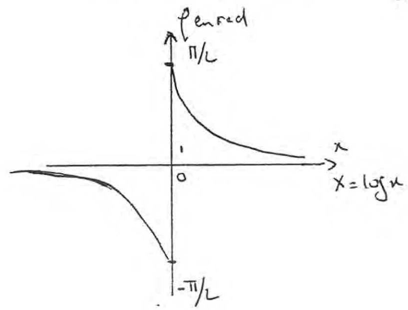
$\lim_{x\to 0} \frac{4x}{1-x^2} = 0 \Longrightarrow \varphi = 0$

$\lim_{x\to\infty} \frac{4x}{1-x^2} = \lim_{x\to\infty} -\frac{4}{x} = 0 \Longrightarrow \varphi = 0$

$\lim_{x\to 1^+} \frac{4x}{1-x^2} = -\infty \Longrightarrow \varphi = +\pi/2$

$\lim_{x\to 1^-} \frac{4x}{1-x^2} = +\infty \Longrightarrow \varphi = -\pi/2$.

La courbe de réponse en phase est symétrique par rapport car $\varphi\left(\frac{1}{x}\right) = -\varphi(x)$ puisque le changement de x en $\frac{1}{x}$ le dénominateur en son conjugué.



Ce circuit est un des rares pour lesquels la réponse en phase est discontinue.

La présence d'une impédance de charge modifie le rel. H dépend de la présence d'une charge.