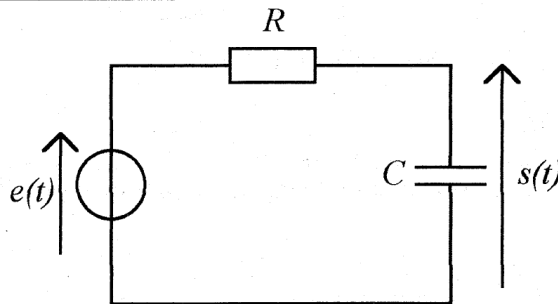


EXERCICE 1 : ÉTUDE D'UN CIRCUIT RC

A - Etude théorique du filtre RC



1 - La fonction de transfert s'exprime par:

$$H(j\omega) = \frac{S}{E} = \frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

2 - a - Courbe donnant G_{dB} en fonction de $\log \omega$.

Comportement du circuit en basse fréquence : le condensateur est modélisable par un interrupteur ouvert : $s \approx e$;

Comportement du circuit en haute fréquence : le condensateur est modélisable par un interrupteur fermé : $s \approx 0$.

Directions asymptotiques:

en basse fréquence : $G_{dB} = 0$; en haute fréquence : $G_{dB} = -20 \log(RC\omega)$.

L'intersection des deux asymptotes ($-20 \log(RC\omega) = 0$) donne $RC\omega = 1$ ce qui correspond à la relation

donnant la pulsation de coupure ω_c : $\omega_c = \frac{1}{RC}$ $\left(\frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$.

Valeur maximale du gain: $(G_{dB})_{max} = 0$.

Bande passante à -3 dB de ce filtre passe-bas: $f_c - 0$ avec $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$

Atténuation en dB par décade en dehors de la bande passante : - 20 dB/décade (en haute fréquence : $G_{dB} = -20 \log(RC\omega)$)

2 - b - Courbe donnant φ en fonction de $\log\omega$.

Directions asymptotiques:

en basse fréquence : $\varphi = 0$; en haute fréquence : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$;

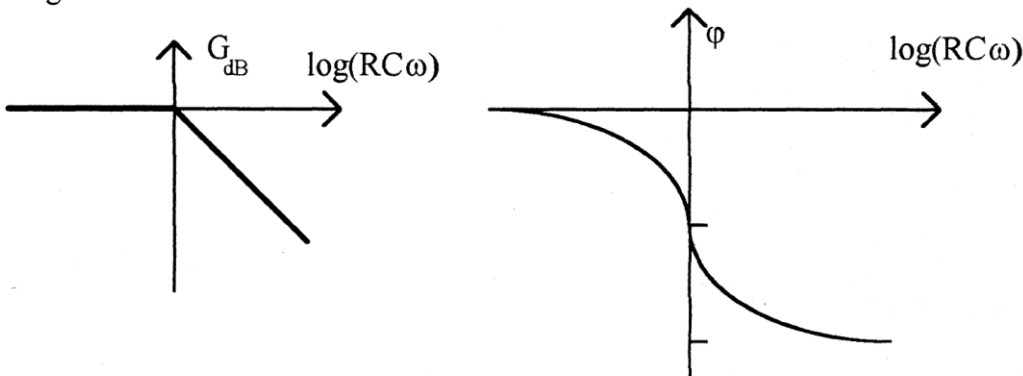
A la pulsation de coupure : $\varphi = -\frac{\pi}{4}$.

2 - c - Applications numériques.

Filtre ① : $(G_{dB})_{max} = 0$; $\omega_c = 31\,289 \text{ rad.s}^{-1}$; fréquence de coupure: $f_c = 4980 \text{ Hz}$

Filtre ② : $(G_{dB})_{max} = 0$; $\omega_c = 31\,289 \text{ rad.s}^{-1}$; fréquence de coupure: $f_c = 4980 \text{ Hz}$

Diagramme de Bode:



B - Etude expérimentale du filtre RC

1 - a - L'oscilloscope perturbe les mesures car les valeurs de R_e et C_e sont trop proches de celles du filtre ②.

1 - b - Nouvelle fonction de transfert :

$$H'(j\omega) = \frac{S}{E} = \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}} = \frac{R_e}{(R + R_e) + jRR_e(C + C_e)\omega}$$

$$H'(j\omega) = \frac{\frac{R_e}{R + R_e}}{1 + j\frac{RR_e(C + C_e)}{R + R_e}\omega} = \frac{\frac{R_e}{R + R_e}}{1 + jR'C'\omega} \quad \text{avec } R' = \frac{RR_e}{R + R_e} \text{ et } C' = (C + C_e)$$

$$G'_{dB} = -20 \log \frac{R_e}{R + R_e} ; f'_c = \frac{1}{2\pi R'C'}$$

1 - c - Application numérique.

Filtre ① : $(G'_{dB})_{max} = -0,04 \text{ dB}$; fréquence de coupure: $f'_c = 4981 \text{ Hz}$

Filtre ② : $(G'_{dB})_{max} = -4,5 \text{ dB}$; fréquence de coupure: $f'_c = 5106 \text{ Hz}$

Le modèle proposé est satisfaisant pour le gain mais pas pour la fréquence.

2 - a - Posons $C'' = C + C_e + C_c$

$$\text{Nouvelle fonction de transfert: } H''(j\omega) = \frac{\frac{R_e}{R + R_e}}{1 + jR'C''\omega} \quad \text{avec } R' = \frac{RR_e}{R + R_e} \text{ et } C'' = (C + C_e + C_c)$$

$$G'_{dB} = -20 \log \frac{R_e}{R + R_e} ; f''_c = \frac{1}{2\pi RC''}$$

2 - b - Application numérique: $f''_c = 3096 \text{ Hz}$

L'expérience donne $f''_c = 3095 \text{ Hz}$, le modèle est donc acceptable.

EXERCICE 2 : ÉTUDE DU PENDULE PESANT

1.a) Nous appliquons le théorème du moment cinétique pour le solide en rotation autour d'un axe fixe:

$$\frac{d\sigma_{\Delta}}{dt} = \Gamma_{\Delta}$$

σ_{Δ} représente le moment cinétique du solide (S) par rapport à l'axe Δ , Γ_{Δ} représente le moment par rapport à cet axe des forces extérieures appliquées au solide. Ces forces sont au nombre de deux : l'action de l'axe sur (S) et le poids. Seul le poids a un moment non nul par rapport à l'axe. Il vient:

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} = -Mga \sin \theta$$

b) Les positions d'équilibre s'obtiennent en étudiant l'énergie potentielle (qui ne dépend que d'un seul paramètre θ). Compte tenu de l'orientation de l'axe Oz, l'énergie potentielle de pesanteur s'écrit:

$$E_p = -Mgz_G + \text{cte} = -Mga \cos \theta + \text{cte}$$

Les positions d'équilibre correspondent aux extrémums de E_p , c'est-à-dire aux solutions de $\frac{dE_p}{d\theta} = 0$, soit $\sin \theta = 0$, d'où 2 positions d'équilibre déterminées par $\theta = 0$ ou π . La stabilité

dépend du signe de la dérivée seconde: si elle est positive, la position correspond à un équilibre stable, sinon l'équilibre est instable. Calculons cette dérivée:

$$\frac{d^2 E_p}{d\theta^2} = Mga \cos \theta$$

Pour $\theta = 0$, $\frac{d^2 E_p}{d\theta^2} = Mga \cos \theta = Mga > 0$, équilibre stable.

Pour $\theta = \pi$, $\frac{d^2 E_p}{d\theta^2} = Mga \cos \theta = -Mga < 0$, équilibre instable.

2.a) Le théorème du moment cinétique s'écrit, dans ce cas:

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} = -Mga \sin \theta - f \dot{\theta}$$

Cette équation peut se mettre sous la forme demandée:

$$\ddot{\theta} + \frac{\Omega_0}{Q} \dot{\theta} + \Omega_0^2 \sin \theta = 0$$

En posant: $\Omega_0 = \sqrt{\frac{Mga}{J_{\Delta}}}$ et $Q = \frac{\sqrt{Mga J_{\Delta}}}{f}$

L'analyse dimensionnelle de Ω_0 donne l'inverse d'un temps: Ω_0 s'exprimera en rad.s^{-1} (rappelons qu'un angle est sans dimension). Comme $\dot{\theta}$ a pour dimension l'inverse d'un temps, et $\ddot{\theta}$ l'inverse du carré d'un temps, on en déduit (d'après l'équation différentielle) que Q est sans dimension et donc sans unité.

b) L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle (ici de pesanteur). Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe Δ , l'énergie cinétique s'écrit:

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2. \text{ L'énergie mécanique s'écrit donc:}$$

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 - M g a \cos \theta + \text{cte} = 0 + E_0$$

Compte tenu du frottement cette énergie ne se conserve pas. Par application du théorème de l'énergie cinétique, nous obtenons:

$$\frac{dE_m}{dt} = -f \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

L'énergie mécanique diminue au cours du temps (dérivée négative): les oscillations vont diminuer lentement (mouvement pseudo-périodique lorsque $Q \gg 1$). Ω_0 est la pulsation des oscillations libres sans amortissement (proche de la pulsation en présence d'amortissement lorsque $Q \gg 1$). Q est le facteur de qualité (plus il est grand, plus l'énergie dissipée par oscillation est faible)

3. L'équation différentielle régissant l'évolution de $\theta(t)$ est donnée par:

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} = J_{\Delta} \gamma_0 - f \dot{\theta}$$

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} + f \dot{\theta} = J_{\Delta} \gamma_0$$

L'équation en $\omega = \dot{\theta}$ s'écrit :

$$J_{\Delta} \frac{d\omega}{dt} + f \omega = J_{\Delta} \gamma_0$$

La solution de cette équation différentielle est la somme de la solution de l'équation homogène et d'une solution particulière de l'équation avec second membre. Cette solution particulière correspond au régime permanent, c'est-à-dire, la solution générale lorsque $t \rightarrow \infty$. La valeur limite de ω est donc:

$$\omega_{\text{lim}} = \frac{J_{\Delta} \gamma_0}{f}$$

Lorsque la vitesse de rotation est constante, il n'y a pas variation d'énergie cinétique. La puissance fournie par le moteur ($\Gamma_0 \omega_{\text{lim}}$) compense la puissance perdue par frottement.

4.a) L'équation différentielle régissant l'évolution de $\theta(t)$ est donnée par:

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} + f \dot{\theta} + M g a \sin \theta = J_{\Delta} \gamma_1 \cos \omega t$$

Pour des valeurs faibles valeurs de θ , l'équation s'écrit:

$$\ddot{\theta} + \frac{\Omega_0}{Q} \dot{\theta} + \Omega_0^2 \theta = \gamma_1 \cos \omega t$$

La solution de l'équation homogène correspond au régime transitoire. On sait que, dans ce cas, $\theta \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$. Le régime forcé correspond à la solution particulière de l'équation

complète. Pour la déterminer, nous allons utiliser la représentation complexe. À la grandeur réelle $a(t) = A_m \cos(\omega t + \varphi)$, nous associons l'amplitude complexe $\bar{a} = A_m e^{j\varphi}$.

L'équation complexe associée à l'équation différentielle précédente s'écrit:

$$-\omega^2 \bar{\theta} + j\omega \frac{\Omega_o}{Q} \bar{\theta} + \Omega_o^2 \bar{\theta} = \gamma_1$$

soit:

$$\bar{\theta} = \theta_f e^{j\varphi} = \frac{\gamma_1}{\Omega_o^2 - \omega^2 + j\omega \frac{\Omega_o}{Q}}$$

Nous obtenons:

$$\theta_f = \frac{\gamma_1}{\sqrt{(\Omega_o^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \frac{\Omega_o^2}{Q^2}}}$$

et

$$\tan \varphi = \frac{\omega \frac{\Omega_o}{Q}}{\omega^2 - \Omega_o^2}$$

Pour trouver le maximum de $\theta_f(\omega)$, il suffit d'annuler la dérivée de $\theta_f(\omega)$. Nous obtenons 2

valeurs possibles : $\omega = 0$ et $\omega_r = \Omega_o \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)}$. Seule cette dernière valeur est à prendre en

considération, la valeur $\omega = 0$ correspondant à un maximum relatif.

L'expression de $\theta_f(\omega_r)$ est donnée (avec $Q \gg 1$) par:

$$\theta_f(\omega_r) = \frac{\gamma_1 Q}{\Omega_o^2 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \approx \frac{\gamma_1 Q}{\Omega_o^2} \left(1 + \frac{1}{8Q^2}\right) \approx \frac{\gamma_1 Q}{\Omega_o^2}$$

Nous avons supposé que θ reste voisin de 0, l'amplitude doit donc rester faible:

$$\frac{\gamma_1 Q}{\Omega_o^2} \ll 1 \quad \text{soit} \quad \gamma_1 \ll \frac{\Omega_o^2}{Q}$$

b) La puissance fournie par le moteur s'exprime par:

$$P = \Gamma \dot{\theta}$$

La puissance moyenne se calcule sur une période :

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T \Gamma \dot{\theta} dt$$

On obtient:

$$\bar{P} = -\frac{\omega}{2} \Gamma_1 \theta_f \sin \varphi$$

$\theta_f \sin \varphi$ représente la partie imaginaire de $\bar{\theta}$, soit:

$$\bar{P} = \frac{\omega}{2} \Gamma_1 \frac{\frac{\omega \Omega_0}{Q}}{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 \Omega_0^2}{Q^2}}$$

Pour $\omega = \omega_r$, cette expression devient:

$$\bar{P} = \frac{J_\Delta}{2} \gamma_1^2 \frac{Q}{\Omega_0} \frac{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)}{\left(1 - \frac{1}{4Q^2}\right)} \approx \frac{J_\Delta}{2} \gamma_1^2 \frac{Q}{\Omega_0} \left(1 - \frac{1}{4Q^2}\right) \approx \frac{J_\Delta}{2} \gamma_1^2 \frac{Q}{\Omega_0}$$

La puissance fournie par le moteur compense la puissance dissipée par le frottement: cette puissance est

$$P_d = -f \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = -f \theta_f^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

La valeur moyenne du sinus au carré, sur une période, étant 0,5, la puissance moyenne dissipée s'écrit:

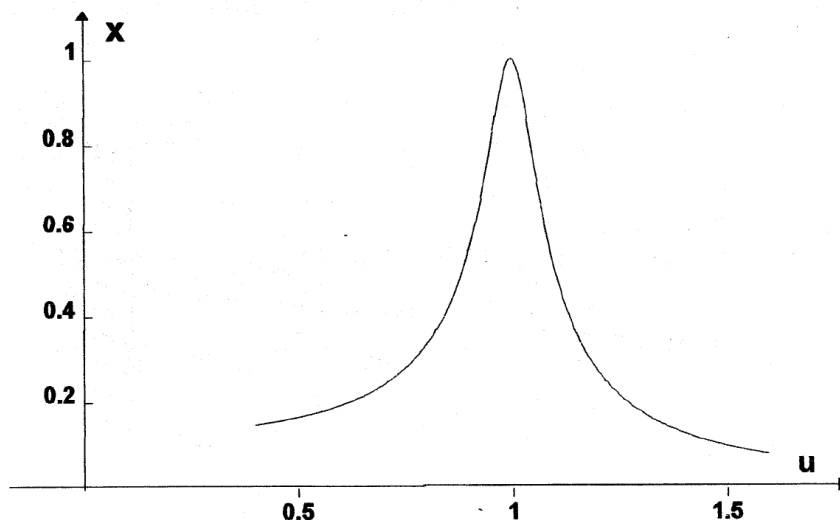
$$\bar{P}_d = -f \theta_f^2 \frac{\omega^2}{2}$$

En reportant dans cette relation les expressions de $\theta_f(\omega_r)$ et de ω_r , nous retrouvons, au signe près, l'expression de la puissance fournie par le moteur.

c) Posons $u = \frac{\omega}{\Omega_0}$. L'expression demandée s'écrit:

$$x = \frac{\theta_f}{\theta_f(\omega_r)} = \frac{1}{Q \sqrt{(1-u^2)^2 + \frac{u^2}{Q^2}}}$$

La courbe est représentée ci-dessous:



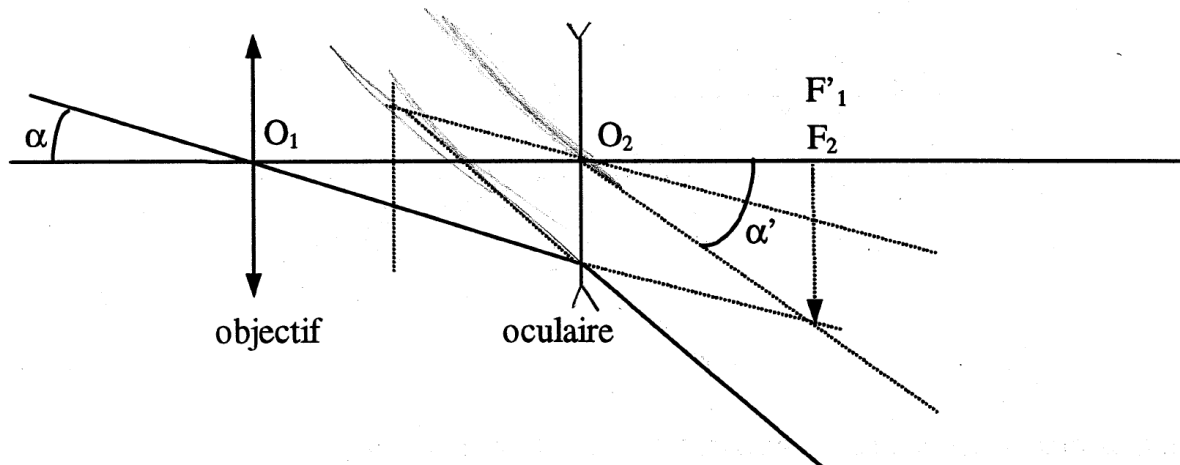
EXERCICE 3 : 2 INSTRUMENTS D'OPTIQUE

I. Lunette de Galilée

I.1 Dans la lunette de Galilée, l'objectif est une lentille convergente, l'oculaire une lentille divergente.

I.2.1 Un système afocal est un système tel que tout faisceau de rayons incident parallèle donne un faisceau émergent parallèle, ou encore tel que l'image de tout objet à l'infini se trouve aussi à l'infini. Dans ce cas, le foyer image de l'objectif doit se trouver au foyer objet de l'oculaire.

I.2.2



I.2.3

En se plaçant dans les conditions de Gauss, c'est-à-dire en assimilant les angles et leurs tangentes nous obtenons :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = - \frac{f'_1}{f'_2}$$

I.2.4 Le diamètre de la Lune paraît trente fois plus grand, donc $G = 30$ et $O_1O_2 = 37,5$ cm ($\frac{3}{4}$ d coudée).

Or : $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = f'_1 + f'_2$

et $G = - \frac{f'_1}{f'_2}$. La résolution donne : $f'_1 \approx 39$ cm et $f'_2 \approx -1,3$ cm. La vergence est l'inverse

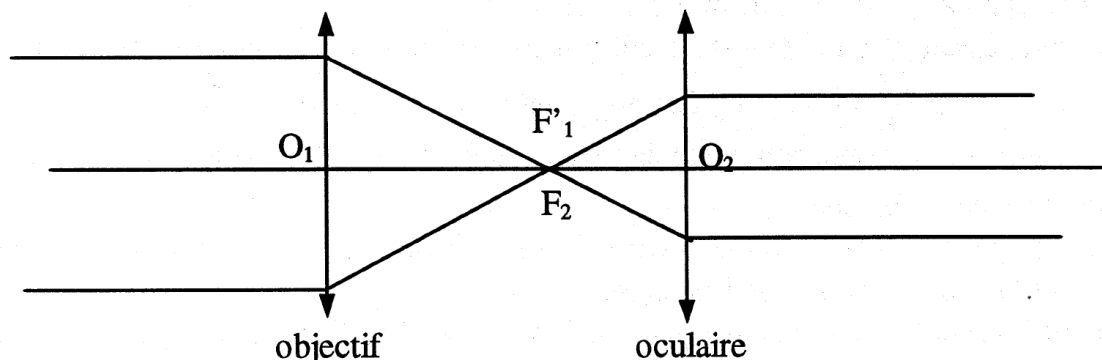
la distance focale soit : $C_1 \approx 2,6\delta$ et $C_2 \approx -77\delta$.

I.3.1 Nous avons : $\alpha \approx \tan \alpha = \frac{1,7}{2500} = 6,8 \cdot 10^{-4}$ et $\alpha' = G\alpha = 0,02$ rad

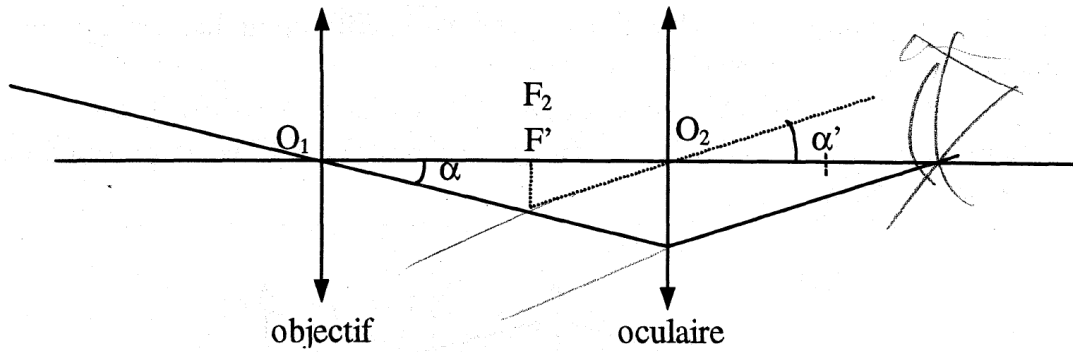
I.3.2 Les sénateurs ont l'impression de voir les habitants à une distance 30 fois plus faible, soit environ 83 m.

II. La lunette astronomique

II.1



II.2



Là encore, nous trouvons : $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right| = \frac{f'_1}{f'_2}$. $G = -\frac{f'_1}{f'_2}$ image renversée -

II.3.1 Le grossissement est défini par $G = \frac{u'}{u}$ et $2u = \frac{2u'}{G}$. Pour $G = 40$, nous obtenons, $2u = 0,75^\circ = 1,3 \times 10^{-2}$ rad. Pour $G = 266$, $2u = 0,11^\circ = 2 \cdot 10^{-3}$ rad.

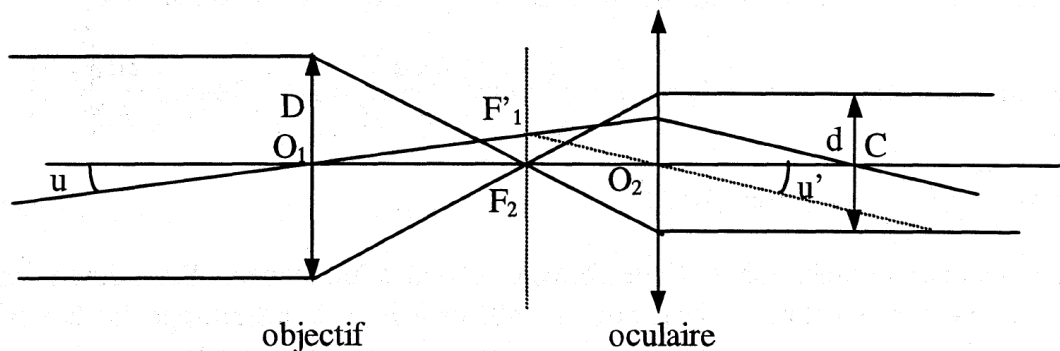
II.3.2. Le chercheur réticulé a un grossissement faible et donc un champ important ce qui permet de repérer plus facilement l'astre que l'on désire observer.

II.3.3. Diamètre apparent de Mars :

$$\theta_M = \frac{6800}{7 \times 10^7} = 9,7 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

champ de la lunette $2u = 2,0 \times 10^{-3}$ rad et donc $\theta_M < 2u$, Mars est vue en entier. Pour la Lune, nous obtenons : $\theta_L = \frac{3400}{384 \times 10^3} = 8,9 \times 10^{-3}$ rad et $\theta_L > 2u$, la Lune n'apparaît pas en entier.

II.4.1. Le cercle oculaire est l'image de l'objectif à travers l'oculaire :



$$G = \frac{D}{d}$$

II.4.2. $G = 133 \Rightarrow f'_2 = \frac{f'_1}{G} \approx 6,0 \text{ mm}$.

Le diamètre du cercle oculaire est de $d = \frac{D}{G} = 0,45 \text{ mm}$.

Le centre C du cercle oculaire est le conjugué de O_1 dans l'oculaire. En appliquant la relation de Descartes, nous obtenons : $\overline{O_2 C} = 6,04 \text{ mm}$. Le cercle oculaire se trouve pratiquement dans le plan focal image de l'oculaire.

Pour avoir une observation optimale, il faut placer l'œil au cercle oculaire, c'est à cet endroit que le flux lumineux est maximum.

II.5.1. Le pouvoir de résolution de l'objectif est limité par la diffraction due à la monture.

II.5.2. Appliquons la relation donnée dans l'énoncé :

$$\beta = 1,12 \times 10^{-5} \text{ rad} \Rightarrow d_{AB_{\min}} = 1,12 \times 10^{-5} \times 7,0 \times 10^7 = 780 \text{ km.}$$

II.5.3. La distance minimale est inférieure au diamètre du bassin d'Hellas, on pourra donc discerner certains détails de ce bassin.

EXERCICE 4 : ÉTUDE THERMODYNAMIQUE D'UN SYSTÈME À 2 COMPARTIMENTS

1)

1.1) La fonction énergie interne d'un système dans un état d'équilibre donné est une fonction définie à une constante additive près. Soient P et V , respectivement la pression et le volume du système. On appelle fonction enthalpie H , la fonction définie par :

$$H = U + PV$$

C'est une fonction d'état, définie à une constante près, elle a un caractère extensif.

1.2) Soit un système de n moles de gaz parfait dans l'état (P, V, T) , une évolution quasi-statique du système est caractérisé par l'expression différentielle :

$$dH = dU + nRdT$$

or

$$dH = nC_p dT \text{ et } dU = nC_v dT$$

d'où

$$\boxed{C_p - C_v = R}$$

Relation de Mayer.

1.3) $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, en remplaçant dans la relation de Mayer on obtient :

$$\boxed{C_v = \frac{R}{\gamma - 1}}$$

1.4)

A partir de l'expression de l'énergie interne $dU = nC_v dT = \frac{nR}{\gamma - 1} dT = \frac{d(PV)}{\gamma - 1}$

d'où

$$\boxed{\Delta U = \frac{P_1 V_1 - P_0 V_0}{\gamma - 1}}$$

2)

2.1)

2.1.1) A l'équilibre, la pression est la même dans les deux compartiments $\Rightarrow P_2 = P_1 = 3 P_0$.

C'est une transformation adiabatique réversible $PV^\gamma = \text{cte}$

$$P_0 V_0^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$V_2 = V_0 \left(\frac{P_0}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\boxed{V_2 = V_0 3^{-\frac{1}{\gamma}}}$$

Le nombre de moles dans les deux compartiments ne varie pas. En appliquant l'équation des gaz parfaits

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = nR = \frac{P_0 V_0}{T_0}$$

$$T_2 = T_0 \frac{P_2 V_2}{P_0 V_0}$$

$$\boxed{T_2 = T_0 (3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

2.1.2) Le volume total est invariable égal à $2V_0$. $V_1 + V_2 = 2V_0$

$$\boxed{V_1 = V_0 (2 - 3^{-\frac{1}{\gamma}})}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_0 V_0}{T_0}$$

$$\boxed{T_1 = T_0 (6 - 3^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})}$$

on en tire la valeur de T_1

2.2.1) Le premier principe appliqué à l'ensemble du système donne

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = Q_1$$

2.2.2) En utilisant la relation du 1.4

$$\Delta U_1 = \frac{P_1 V_1 - P_0 V_0}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad \Delta U_2 = \frac{P_2 V_2 - P_0 V_0}{\gamma - 1}$$

$$Q_1 = \frac{1}{\gamma - 1} (P_1 V_1 + P_2 V_2 - 2P_0 V_0)$$

$$\boxed{Q_1 = \frac{4P_0 V_0}{\gamma - 1}}$$

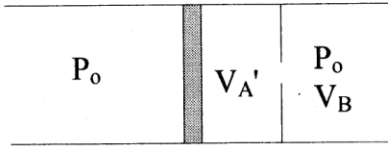
3)

3.1) A l'équilibre mécanique du piston, on peut écrire $P_0 = P_A$ et $P_0 V_A = nRT_A$

$$T_A = \frac{P_0 V_A}{nR}$$

3.2)

Premier cas possible, le piston n'est pas en contact avec la paroi.



A L'équilibre mécanique $P_{\text{finale}} = P_0$

et le volume final $V_f = V_{A'} + V_B$

Deuxième cas, le piston est en contact avec la paroi, la pression finale dans le compartiment B est donc inférieure à P_0 .

A l'équilibre mécanique on obtient $P_0 S = P_f S + \text{action de contact de la paroi sur le piston}$. Le volume final étant V_B .

3.2.2) Si V_B est inférieur à la valeur seuil, on se retrouve dans le cas 1.

$$P_1 = P_0$$

Le piston s'est déplacé d'une longueur ℓ , d'où un volume $V_d = S \times \ell$. Le volume final vaut donc:

$$V_1 = V_A + V_B - V_d$$

Le travail $W = P_0 \times V_d$, comme la transformation est adiabatique

$$W = \Delta U = \frac{P_0 V_1 - P_0 V_A}{\gamma - 1}$$

En égalant les deux expressions

$$\frac{P_0 V_1 - P_0 V_A}{\gamma - 1} = P_0 V_d$$

soit
$$V_1 = V_A + \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) V_B$$

La température s'obtient à partir de l'équation des gaz parfaits: $P_1 V_1 = nRT_1$

$$T_1 = \frac{P_0 \left(V_A + \frac{\gamma - 1}{\gamma} V_B \right)}{nR}$$

3.2.3) V_{Bs} est le volume pour le cas où le piston arrive juste en limite de contact avec la paroi F

$$V_1 \geq V_B \quad \left(V_A + \frac{\gamma - 1}{\gamma} V_B \right) \geq V_B \Rightarrow V_B \leq \gamma V_A$$

Le cas limite est donc $V_{Bs} = \gamma V_A$

3.2.4) Si V_B est supérieur à V_{Bs} cela implique

$$V_B = V_2$$

Les expressions du travail s'écrivent : $W = P_0 V_A$ et $W = \frac{P_2 V_2 - P_0 V_A}{\gamma - 1}$

En identifiant on en déduit
$$P_2 = \frac{\gamma P_0 V_A}{V_B}$$

et La température $T_2 = \gamma T_0$

3.3)

3.3.1) L'entropie est une fonction d'état $dS = \frac{\delta Q}{T}$

En prenant l'expression différentielle de δQ : $\delta Q = nC_v dT + h dp$

$$dS = nC_p \frac{dT}{T} + \frac{h}{T} dp$$

$$dS = nC_p \frac{dT}{T} - \frac{V}{T} dp \quad (h = -V)$$

$$dS = nC_p \left(\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} \right) - \frac{nR}{T} dp$$

$$dS = (nC_p - nR) \frac{dp}{p} + nC_p \frac{dv}{v}$$

$$dS = n \frac{C_p}{\gamma} \frac{dp}{p} + nC_p \frac{dv}{v}$$

en intégrant

$$S = nC_p \ln p^{1/\gamma} + nC_p \ln V + cte$$

$$S = nC_p \ln (Vp^{1/\gamma}) + cte$$

3.3.2)
$$\Delta S_1 = nC_p \ln \left(V_1 P_0^{1/\gamma} \right) - nC_p \ln \left(V_A P_0^{1/\gamma} \right)$$

$$\Delta S_1 = nC_p \ln \left(\frac{V_1}{V_A} \right)$$

$$\Delta S_1 = nC_p \ln \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{V_B}{V_A} \right)$$

Principe d'évolution, la variation d'entropie $\Delta S_1 > 0$, conforme au second principe.

3.3.3)

$$\Delta S_2 = -nC_p \ln \left(V_A P_0^{1/\gamma} \right) + nC_p \ln \left(V_2 P_2^{1/\gamma} \right)$$

$$\Delta S_2 = nC_p \ln \left(\frac{V_2}{V_A} \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{1/\gamma} \right)$$

$$\Delta S_2 = nC_p \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \left(\frac{\gamma V_A}{V_B} \right)^{1/\gamma} \right)$$

V_B étant supérieur à γV_A $\Delta S_2 > 0$, conforme au second principe.