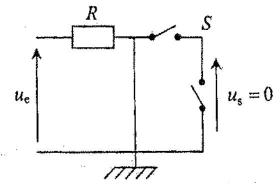
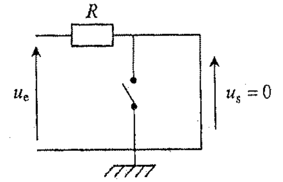
¤ PCSI ¤ 16/17. Physique. Devoir surveillé N°5. Corrigé.

Exercice 1.Filtre de Colpitts.

1. En BF ($\omega \to 0$), les condensateurs se comportent comme des coupe-circuits, la bobine comme un fil : S n'est relié à rien donc $u_s = 0$.

En HF ($\omega \to \infty$), les condensateurs se comportent comme des fils, la bobine comme un coupe-circuit : $u_s = 0$ (aux bornes d'un fil).





Ce quadripôle coupe les basses et les hautes fréquences : c'est donc un <u>filtre passe-bande</u>.

2. On note u la tension aux bornes de l'inductance L. On applique le théorème de Millman au point commun à R, L et C : $\underline{u} = \dfrac{\dfrac{\underline{u}_e}{R} + \underline{u}_s jC\omega + \dfrac{0}{jL\omega}}{\dfrac{1}{R} + jC\omega + \dfrac{1}{jL\omega}}$, et on utilise la formule du diviseur de tension à la sortie : $\underline{u}_s = \dfrac{jC\omega}{jC\omega + j3C\omega}\underline{u} = \dfrac{\underline{u}}{4}$. Alors $4\underline{u}_s = \dfrac{\dfrac{\underline{u}_e}{R} + \underline{u}_s jC\omega}{\dfrac{1}{R} + jC\omega + \dfrac{1}{jL\omega}}$.

On supprime les fractions en effectuant le produit en croix et en multipliant par $jRL\omega$:

$4\underline{u}_s(jL\omega - \underset{R}{L}C\omega^2 + R) = \underline{u}_e jL\omega - \underline{u}_s LC\omega^2$, soit $\underline{u}_s(4jL\omega - 3\overset{R}{L}C\omega^2 + 4R) = \underline{u}_e jL\omega$

d'où finalement $\boxed{\underline{H} = \dfrac{jL\omega}{4R + 4jL\omega - 3\underset{R}{L}C\omega^2} = \dfrac{\dfrac{jL\omega}{4R}}{1 + \dfrac{jL\omega}{R} - \dfrac{3}{4}\underset{R}{L}C\omega^2}}$. Par identification :

$\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} = \dfrac{3}{4}LC\omega^2$ d'où $\boxed{\omega_0 = \dfrac{2}{\sqrt{3LC}}}$; $\dfrac{1}{Q}\dfrac{\omega}{\omega_0} = \dfrac{L\omega}{R}$ d'où $\boxed{Q = \dfrac{R\sqrt{3C}}{2\sqrt{L}}}$; et $\dfrac{A}{Q}\dfrac{\omega}{\omega_0} = \dfrac{L\omega}{4R}$ d'où $\boxed{A = \dfrac{1}{4}}$.

$$\underline{H} = \frac{1/4}{1 + j\left(\frac{3}{4}RC\omega - \frac{R}{L\omega}\right)}$$

3. – Pour $\boxed{\omega \ll \omega_0}$, $\underline{H} \approx j\dfrac{A}{Q}\dfrac{\omega}{\omega_0}$.

$G_{dB} = 20\log\dfrac{A}{Q} + 20\log\dfrac{\omega}{\omega_0}$, la courbe de gain présente une asymptote de pente $\boxed{+20 \text{ dB/décade}}$

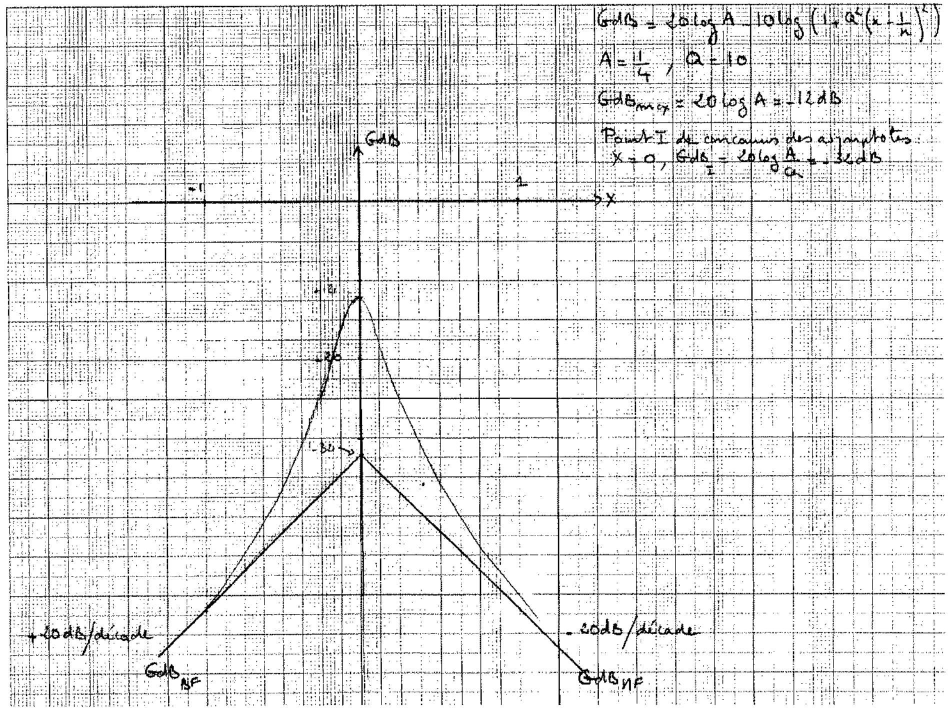
$G_{dB_{BF}} = 20\log\dfrac{A}{Q} + 20X$

– Pour $\omega = \omega_0$, $\underline{H} = A$ donc $G_{dB} = 20\log\dfrac{1}{4} = -12\text{dB}$

– Pour $\boxed{\omega \gg \omega_0}$, $\underline{H} \approx -j\dfrac{A}{Q}\dfrac{\omega_0}{\omega}$

$G_{dB} = 20\log\dfrac{A}{Q} - 20\log\dfrac{\omega}{\omega_0}$ la courbe de gain présente une asymptote de pente $\boxed{-20 \text{ dB/décade}}$

$G_{dB_{HF}} = 20\log\dfrac{A}{Q} - 20X$



4. $u_e(t) = 2B\cos(100\omega_0 t)\cos(101\omega_0 t) = B\left[\cos(\omega_0 t) + \cos(201\omega_0 t)\right]$.

La pulsation $201\omega_0$ est très éloignée de la résonance, donc le second terme est pratiquement éliminé. Pour le terme à ω_0, $G_{dB} = 20\log\dfrac{1}{4} = -12$ dB et $\varphi = 0$ donc on obtient $\boxed{u_s(t) \approx \dfrac{B}{4}\cos(\omega_0 t)}$.

Lunette astronomique -

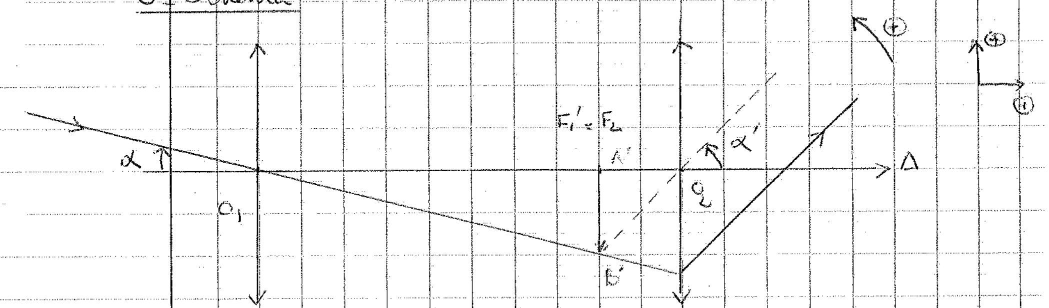
1_ Système afocal_

Un système afocal est un système qui forme d'un objet à l'infini une image à l'infini.

Pour réaliser ce système il faut que le foyer principal image F_1' de l'objectif soit confondu avec le foyer principal de l'oculaire. On a donc $\overline{O_1O_2} = f_1' + f_2'$

$$\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_1' = F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} \infty$$

2_ Schéma



3_ Position de la pellicule

L'image définitive de la lune se formant à l'infini il faut placer la pellicule photographique dans le plan focal image de l'objectif pour obtenir l'image intermédiaire A'B'

4_ Caractéristique de l'image finale

L'image finale obtenue est renversée.

5_ Grossissement

Avec les conventions indiquées sur le schéma $\alpha' > 0$, $\alpha < 0$, $\overline{A'B'}$

$\tan\alpha = \dfrac{\overline{A'B'}}{f_1'}$; $\tan\alpha' = -\dfrac{\overline{A'B'}}{f_2'}$

Dans les conditions de Gauss, les angles α et α' sont petits

On a donc $\tan\alpha \simeq \alpha$ et $\tan\alpha' \simeq \alpha'$. On obtient ainsi l'expression du grossissement G

$$\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'}}$$ ici $G = -4$

6.a_ Conjugaison

Si on ajoute une troisième lentille tout en gardant le système afocal il faut que F_2 soit le conjugué de F_1' par $\mathcal{L}_3$

$$\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_1' \xrightarrow{\mathcal{L}_3} F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} \infty$$

6.b_ Expression de $\overline{O_3F_1}$

Par définition du grandissement $\gamma_3 = \dfrac{\overline{O_3F_2}}{\overline{O_3F_1'}}$

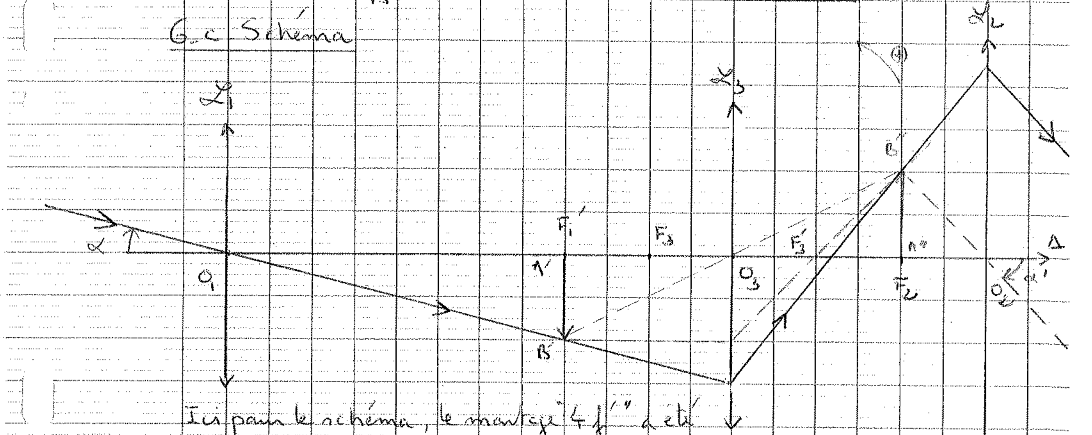
On utilise la relation de Descartes pour exprimer $\overline{O_3F_2}$ en fonction de f_3'

$$\frac{1}{\overline{O_3F_2}} - \frac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \frac{1}{f_3'} \longrightarrow \overline{O_3F_2} = \frac{f_3'\,\overline{O_3F_1'}}{f_3' + \overline{O_3F_1'}}$$

Ainsi $\gamma_3 = \dfrac{f_3'}{f_3' + \overline{O_3F_1'}}$

$$\boxed{\overline{O_3F_1'} = \frac{1-\gamma_3}{\gamma_3} f_3'}$$

6.c Schéma



Ici pour le schéma, le montage « 4f' » a été utilisé pour la lentille $\mathcal{L}_3$. $\mathcal{L}_3$ doit donner d'un objet réel une image réelle, O_3 doit se trouver entre F_1' et F_2 et $\overline{O_3F_3} > \overline{O_3F_1'}$

6. d. Grossissement G'

Ici $\alpha < 0$ et $\alpha' < 0$

$\tan\alpha \simeq \alpha = \dfrac{\overline{A'B'}}{f_1'}$ $\qquad$ $\tan\alpha' \simeq \alpha' = -\dfrac{\overline{A''B''}}{f_2'}$

$$G' = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_2'}\,\frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}}$$

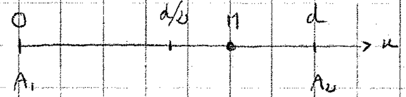
Or $\gamma_3 = \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{O_3A''}}{\overline{O_3A'}} < 0$

$$\boxed{G' = -\frac{f_1'}{f_2'}\,\gamma_3 = \gamma_3\, G}$$

$G' > 0$ car $\gamma_3 < 0$ et $G < 0$

Pour avoir une image droite et plus grande qu'avec la lunette astronomique de départ il faut que $\gamma_3 < -1$

Interférences de deux ondes sonores.



1 - Expressions de $P_1(x,t)$ et de $P_2(x,t)$

Onde émise par A_1 se propage suivant les x croissants, elle est de la forme $P_1(x,t) = p_0\cos(\omega t - kx + \varphi_1)$

Or $P_1(0,t) = p_0\cos(\omega t + \varphi_1) = p_0\cos\omega t$ on a donc $\varphi_1 = 0\ [2\pi]$ et

$$\boxed{P_1(x,t) = P_0\cos(\omega t - kx)}$$

L'onde émise par A_2 se propage suivant les x décroissants, elle est de la forme $P_2(x,t) = P_0\cos(\omega t + kx + \varphi_2)$

Or $P_2(d,t) = P_0\cos(\omega t + kd + \varphi_2) = P_0\cos(\omega t)$ on a donc $\varphi_2 = -kd$ et

$$\boxed{P_2(x,t) = P_0\cos(\omega t + kx - kd)}$$

2 - Détermination de $P(x,t)$

$$P(x,t) = P_1(x,t) + P_2(x,t) = P_0\left[\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx - kd)\right]$$

$$P(x,t) = 2P_0\cos\left(\frac{\omega t - kx + \omega t + kx - kd}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega t - kx - \omega t - kx + kd}{2}\right)$$

$$\boxed{P(x,t) = 2P_0\cos\left(\omega t - \frac{kd}{2}\right)\cos\left(-kx + \frac{kd}{2}\right)}$$

3 - Familles de points.

Les nœuds sont les points de l'espace où l'amplitude est à toutes dates. On a

$$\cos\left(-kx_n + \frac{kd}{2}\right) = 0 \qquad -kx_n + \frac{kd}{2} = (2p+1)\frac{\pi}{2} \qquad p\in\mathbb{N}$$

$$\boxed{x_n = \frac{d}{2} - \frac{2p+1}{k}\,\frac{\pi}{2}} \qquad \text{avec } 0 < x_n < d.$$

Les ventres sont les points où l'amplitude des oscillations est maximale au cours du temps.

$$\cos\left(-kx_v + \frac{kd}{2}\right) = \pm 1 \qquad -kx_v + \frac{kd}{2} = p\pi \qquad p\in\mathbb{N}$$

$$\boxed{x_v = \frac{d}{2} - \frac{p}{k}\pi} \qquad \text{avec } 0 < x_v < d.$$

4 - Célérité du son.

La distance e peut désigner la distance séparant deux nœuds consécutifs.

$$x_{n(p+1)} - x_{n(p)} = -e = \frac{d}{2} - \frac{2(p+1)+1}{k}\frac{\pi}{2} - \frac{d}{2} + \frac{2p+1}{k}\frac{\pi}{2}$$

$$e = \frac{\pi}{k} \qquad \text{or } k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}$$

$$e = \pi\frac{c}{2\pi f} \qquad \boxed{c = 2ef} \qquad c = 345\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$