

Stabilisation par champ magnétique.

Une particule chargée (masse m , charge $q < 0$) est soumise à un champ électrostatique extérieur associé au potentiel $V(x, y, z)$ tel que :

$$V(x, y, z) = \frac{V_o}{2a^2} (x^2 + y^2 - 2z^2) \text{ où } a \text{ est une longueur et } V_o \text{ un potentiel } (V_o > 0).$$

1. Montrer que la position $x = y = z = 0$ correspond à une position d'équilibre.
Cet équilibre est-il stable ?
2. On désire, dans certaines circonstances, que la particule puisse rester piégée au voisinage de la position $x = y = z = 0$. A cet effet on ajoute un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_o \vec{u}_z$ ($B_o > 0$).
 - a. Que dire du mouvement selon Oz ?
 - b. On étudie la projection du mouvement dans le plan xOy . Écrire les équations du mouvement. On posera :

$$\omega_o^2 = -\frac{qV_o}{ma^2} \text{ et } \omega_c = -\frac{qB_o}{m}$$

On cherche des solutions de la forme $x(t) = x_o e^{pt}$ et $y(t) = y_o e^{pt}$.

Donner l'équation simple dont p est solution.

Discuter de la stabilité de l'équilibre en présence du champ \vec{B} . Commenter.