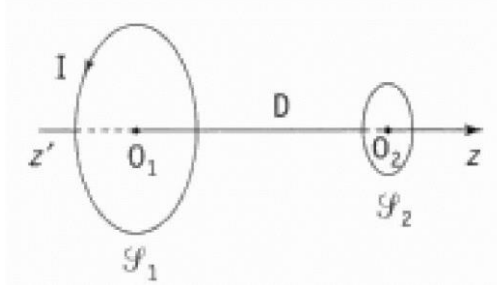


Exercice 1. Déplacement de deux spires.

Deux spires S_1 et S_2 ont même axe zz' et sont distantes de D . Leurs rayons respectifs sont a_1 et a_2 . La spire S_1 est parcourue par un courant I maintenu constant. La spire S_2 possède une résistance R et on néglige son auto-inductance. Elle peut coulisser sans frottements sur l'axe zz' .



Les deux spires étant initialement immobiles on déplace S_1 d'une distance d . L'expérience envisagée montre que S_2 se déplace de la même distance d , et dans le même sens, avant de s'immobiliser.

1. Proposer une analyse qualitative des phénomènes physiques mis en jeu.
- 2.

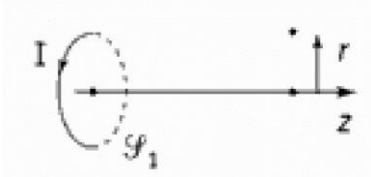
- a. On note $M(D)$ le coefficient de mutuelle entre les deux spires. Etablir l'équation donnant l'expression du courant $i(t)$ circulant dans S_2 en fonction de I , R et M .
- b. On cherche à déterminer la résultante \vec{F}_L des forces de Laplace s'exerçant sur S_2 . A cet effet, on se place dans le cadre simplificateur suivant :

$$D(t) \gg a_1 \text{ et } a_2$$

Au voisinage de l'axe Oz , et au premier ordre en r :

$$B_z(r, z) = B_o(z) \quad ; \quad B_r(r, z) = -\frac{r}{2} \frac{dB_o}{dz} \quad \text{avec} \quad B_o(z) = \frac{\mu_o I}{2a_1} \sin^3 \alpha \vec{u}_z$$

$B_o(z)$ représentant le champ magnétique créé par S_1 sur son axe.



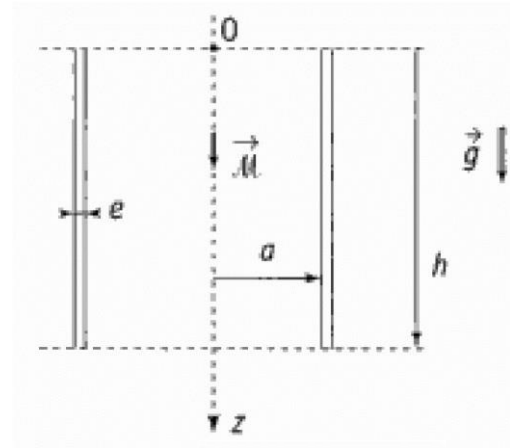
Evaluer \vec{F}_L en fonction de i , I , μ_o , a_1 , a_2 et D , puis montrer que l'on a l'approximation considérée : $\vec{F}_L = iI \frac{dM}{dD} \vec{u}_z$.

- c. Justifier alors que S_2 s'immobilise bien après avoir parcouru la même distance que S_1 et dans le même sens.

Exercice 2. Chute d'un aimant dans un tuyau cylindrique.

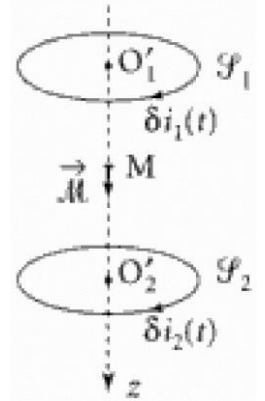
Un aimant de masse m est assimilé à un à un moment magnétique $\vec{M} = M\vec{u}_z$. Il est initialement placé en O puis abandonné sans vitesse initiale : il décrit dans sa chute l'axe vertical Oz d'un cylindre de rayon a de hauteur h et d'épaisseur e . On suppose $e \ll a$.

On mesure le temps de chute correspondant à h (t_c pour un cylindre conducteur, t'_c pour un cylindre non conducteur).



1. L'expérience montre que $t_c > t'_c$. Justifier, et préciser la nature des phénomènes physiques à l'origine de cette différence.

On pourra assimiler un élément de cylindre de hauteur dz centré en un point O' à une « spire » parcourue par un courant induit $\delta i(t)$ et considérer la situation suivante à la date t schématisée par le schéma ci-contre.



2. On montre que le courant $\delta i(t)$ circulant dans une « spire » située à la

cote Z du point O s'écrit : $\delta i = -\frac{3}{4} \frac{\mu_0 M \gamma e}{\pi a^3} v \sin^4 \alpha \cos \alpha dZ$ où γ est la

conductivité du matériau, v la vitesse de l'aimant et α l'angle sous lequel de l'aimant on voit le rayon de la spire.

On rappelle l'expression, en coordonnées sphériques (ρ, α, φ) , du champ magnétique créé par un moment magnétique \vec{M} , placé en un point M de l'axe, en un point P quelconque de l'espace :

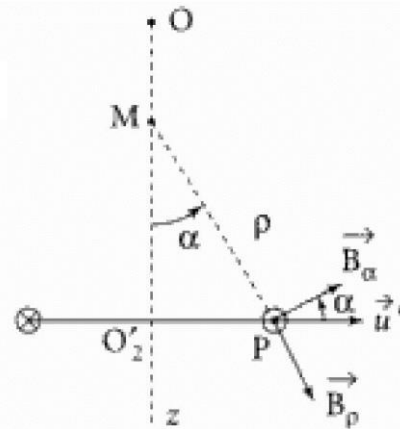
$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 M}{4\pi \rho^3} (2 \cos \alpha \vec{u}_\rho + \sin \alpha \vec{u}_\alpha)$$

Soit \vec{F} la force exercée par les courants induits sur l'aimant.

Montrer qu'elle s'exprime sous la forme $\vec{F} = -K\vec{v}$ avec

$$K = \frac{8}{9} \frac{\mu_0^2 M^2 \gamma e}{\pi a^4} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin^6 \alpha \cos^2 \alpha d\alpha \text{ où } \alpha_1 \text{ et } \alpha_2 \text{ sont les angles}$$

associés aux points P_1 et P_2 .



Que devient ce résultat pour \vec{M} suffisamment éloigné des bords des cylindre (on a $h \gg a$).

$$\text{On donne : } \int_0^\pi \sin^6 \alpha \cos^2 \alpha d\alpha = \frac{5\pi}{128} .$$

Commenter.

3. A.N. On a : $h = 1\text{ m}$; $g = 9.81\text{ m.s}^{-2}$; $a = 5\text{ mm}$; $e = 1\text{ mm}$

$$\|\vec{M}\| = 0,75\text{ A.m}^{-1} ; m = 8.10^{-3}\text{ kg} ; \mu_0 = 4\pi.10^{-7}\text{ H.m}^{-1}$$

$$\gamma_{Cu} = 5,98.10^7\text{ } \Omega^{-1}.\text{m}^{-1} ; \gamma_{Al} = 3,77.10^7\text{ } \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$$

L'expérience donne $t'_c = 0,46\text{ s}$; $t_c(\text{Cu}) \cong 10\text{ s}$; $t_c(\text{Al}) \cong 7\text{ s}$. Comparer aux valeurs théoriques

