

Lévitiation d'une spire conductrice.

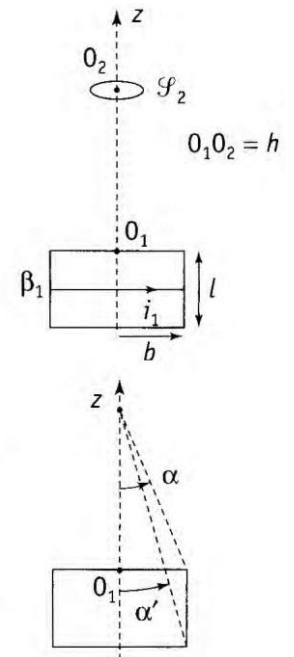
Une bobine β_1 est constituée de N spires circulaires de rayon b réparties sur une longueur l et parcourues par un courant $i_1(t) = I_m \cos \omega t$.

A la cote $z = h = O_1 O_2$ est disposée une petite spire S_2 conductrice de rayon a et de section $s = \pi e^2$. On note R et L la résistance et l'inductance de S_2 .

La bobine β_1 crée, sur son axe, un champ magnétique :

$$\vec{B}_{10}(r=0, z, t) = B_m(z) \cos \omega t \vec{u}_z \text{ avec } B_m(z) = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N}{l} (\cos \alpha' - \cos \alpha) I_m$$

On utilise les coordonnées cylindrique (r, θ, z) d'axe $O_1 z$.



1. Déterminer, en régime sinusoïdal établi, l'intensité $i_2(t)$ circulant dans la spire S_2 (on confondra $B_{1z}(r, z, t)$ avec $B_{10}(z, t)$, cas d'une « petite spire »).

2.

- a. Montrer que la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur S_2 est portée par \vec{u}_z . Exprimer cette résultante \vec{F}_{L2} en fonction de a , $i_2(t)$ et de la composante radiale $B_{1r}(r=a, z)$ du champ \vec{B}_1 .
- b. Le champ magnétique est à flux conservatif ce qui se traduit par la propriété mathématique suivante : $\oiint_{\text{surface fermée}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$.

En prenant un cylindre élémentaire de rayon r et ses bases comprises entre les cotes $z - \frac{dz}{2}$ et $z + \frac{dz}{2}$ et d'axe $O_1 z$,

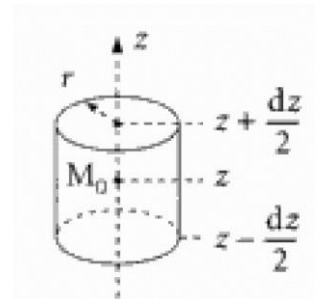
montrer que l'on a :

$$B_{1r}(a, z, t) = -\frac{a}{2} \frac{dB_m(z)}{dz} \cos \omega t$$

- c. On pose $\vec{F}_{L2} = F_{L2} \vec{u}_z$.

Déterminer la valeur moyenne temporelle $\langle F_{L2} \rangle$ de F_{L2} , et donner son expression pour

$$\omega \gg \frac{R}{L}. \text{ Commenter.}$$



3. Applications numériques.

Calculer la valeur efficace $I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ du courant $i_1(t)$ pour que la spire en cuivre de masse

volumique ρ puisse léviter à une hauteur h au-dessus de la bobine.

On donne :

$$R = 1,7 \cdot 10^{-4} \Omega \quad , \quad L = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ H} \quad , \quad e = 1 \text{ mm} \quad , \quad a = 5 \text{ mm} \quad , \quad l = 10 \text{ cm} \quad , \quad h = 1 \text{ cm}$$

$$b = 2,5 \text{ cm} \quad , \quad g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad , \quad \rho = 9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad , \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$N = 500 \text{ spires}$$