

Moteur Diesel

$$T_5 = T_1 \left(\frac{V_m T_1 P_m \beta}{V_1 T_m P_1} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_5 = T_1 \left(\frac{T_1 P_m}{T_m P_1} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_5 = 882 \text{ K}$$

Quantité de chaleur Q_c .

$$Q_c = Q_{23} + Q_{34} = \Delta U_{23} + \Delta H_{34}$$

$$Q_c = \frac{mR}{\gamma-1} (T_3 - T_2) + \frac{mR\gamma}{\gamma-1} (T_4 - T_3)$$

$$Q_c = \frac{m}{\gamma-1} R (T_3 - T_2 + \gamma(T_4 - T_3))$$

$$Q_c = \frac{m}{\gamma-1} R ((1-\gamma)T_3 + \gamma T_4 - T_2)$$

$$Q_c = \frac{m}{\gamma-1} R ((1-\gamma) \frac{T_m P_1}{\beta} + \gamma T_1 - T_m \beta^{\gamma-1})$$

$$Q_c = 1131 \text{ kJ/kg}$$

Quantité de chaleur Q_f

$$Q_f = \Delta U_{5-1} = \frac{m}{\gamma} R (T_1 - T_5)$$

$$Q_f = \frac{m}{\gamma} R (T_m - T_1 \left(\frac{T_1 P_m}{T_m P_1} \right)^{\gamma-1})$$

$$Q_f = -422 \text{ kJ/kg}$$

Travail.

$$\text{Sur un cycle } \Delta U = 0 = Q_c + Q_f + W$$

$$W = -Q_c - Q_f$$

$$W = +709 \text{ kJ/kg}$$

Température T_2 .

La transformation 1-2 est une adiabatique réversible. D'autre part comme le γ est supposé constant de coefficient γ constant, la loi de Laplace est utilisable:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \quad T_1 = T_m \text{ et } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_0}{V_m} = \beta$$

$$T_2 = T_m \beta^{\gamma-1} \quad T_2 = 910 \text{ K}$$

Température T_3 .

La transformation 2-3 est isochore

$$\begin{aligned} P_2 V_2 &= m R T_2 \\ P_3 V_2 &= m R T_3 \end{aligned} \quad \rightarrow T_3 = T_2 \frac{P_3}{P_2}$$

D'autre part $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = P_m \beta^\gamma$

On obtient ainsi:

$$T_3 = T_m \beta^{\gamma-1} \frac{P_1}{P_m \beta^\gamma} = T_m \frac{1}{\beta} \frac{P_1}{P_m}$$

$$T_3 = 1034 \text{ K}$$

Température T_5 .

La transformation 4-5 est isentropique:

$$T_5 V_5^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$$

$$T_5 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_5} \right)^{\gamma-1}$$

or sur le diagramme 3-4 isochore:

$$P_3 V_3 = m R T_3 \text{ et } P_4 V_4 = m R T_4 \quad P_4 = P_3$$

$$V_4 = V_3 \frac{T_4}{T_3} = V_m \frac{T_1}{T_m} \frac{P_1}{\beta P_m} = \frac{V_m T_1 \beta P_m}{T_m P_1}$$

Etude d'un appareil de climatisation.

I Généralités :

1.1) On réalise un détendeur en opérant la diffusion d'un fluide à travers une paroi poreuse. Il s'agit d'une détente de JOULE-THOMSON (=JOULE-KELVIN).

1.2) Cf. COURS+TD où à de multiples reprises a été établi le premier principe pour un système ouvert.

1.3) La transformation dans le compresseur est une transformation adiabatique quasi-statique (= isentropique) d'un gaz parfait.

On peut donc appliquer les lois de LAPLACE : $PV^\gamma = C^{te}$ ou plutôt, pour cette question,

$$P^{1-\gamma} T^\gamma = C^{te}$$

Ainsi : $P_e^{1-\gamma} T_e^\gamma = P_s^{1-\gamma} T_s^\gamma \Leftrightarrow \frac{T_s}{T_e} = \left(\frac{P_s}{P_e}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

1.4) Les paliers de vaporisation correspondent aux segment horizontaux LV sous la courbe de saturation (car un changement d'état est une transformation isotherme (et isobare)).

• Ainsi $L_{vap}(T_i) = h(V(T_i)) - h(L(T_i))$ pour la vaporisation à la température T_i . On a donc :

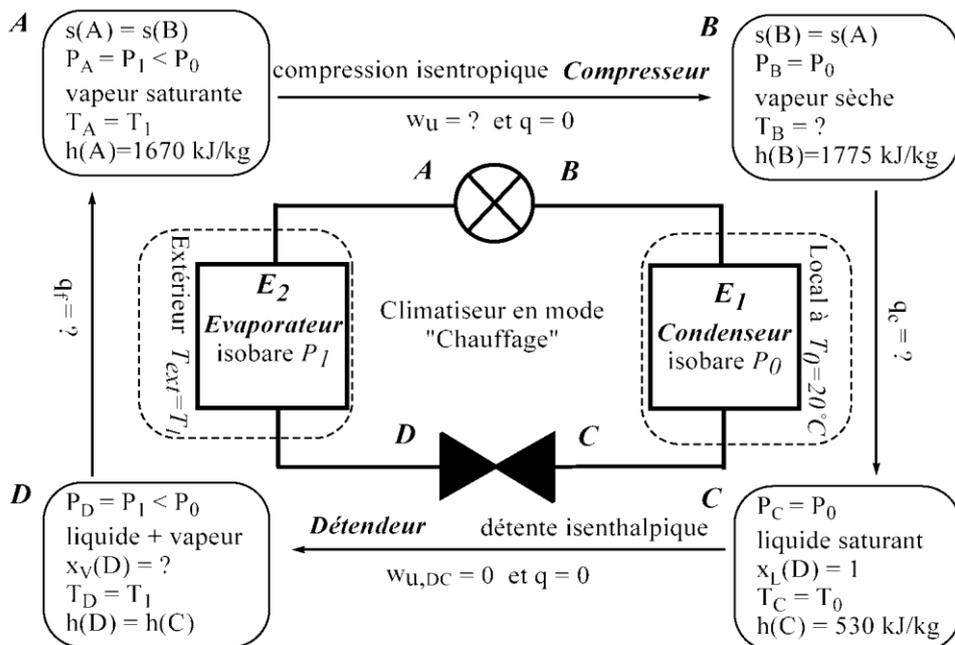
$$L_{vap}(T_1 = 0^\circ C) \cong 1670 - 430 \cong 1240 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$L_{vap}(T_0 = 20^\circ C) \cong 1690 - 530 \cong 1160 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$L_{vap}(T_2 = 40^\circ C) \cong 1700 - 640 \cong 1060 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

• Comme un palier de vaporisation correspond également à une transformation isobare $P^*(T_i)$, son extrémité $\{V\}$ indique quelle courbe isobare, dans le domaine «vapeur sèche», correspond à la valeur $P_i = P^*(T_i)$.

II Fonctionnement hivernal du climatiseur (chauffage) :



II.1) • $B \rightarrow C$ est une portion de l'isobare P_0 dont on ne peut pas (encore) placer le point B dans le domaine « vapeur sèche » mais dont C correspond au point $L(T_0)$ sur la courbe d'ébullition – car le fluide sort du condenseur E_1 à la température du local T_0 et à l'état de liquide saturant.

- $C \rightarrow D$: la détente étant isenthalpique, $h(D) = h(C)$. Par ailleurs, comme $D \rightarrow A$ est une isobare à la pression P_1 , D doit être à l'intersection de l'isenthalpique $h(C) = 530 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et de l'isobare P_1 : D est donc sur le palier de vaporisation $P_1 = P^*(T_1)$: D est un mélange liquide+vapeur à T_1 .

- $D \rightarrow A$: le fluide sort de l'évaporateur \mathbf{E}_2 sous forme de vapeur saturante : A est sur la courbe de rosée à T_1 et P_1 .

- $A \rightarrow B$: la compression étant isentropique (cf. **I.3**), $s(B) = s(A)$: B est donc à l'intersection de l'isentropique $s(A)$ et de l'isobare P_0 , dans le domaine « vapeur sèche ».

→ On en déduit : $T_B \cong 56^\circ\text{C}$.

II.2) • $w_u = h(B) - h(A) \cong 1775 - 1670 = 105 \text{ kJ.kg}^{-1}$

- $q_c = h(C) - h(B) \cong 530 - 1775 = -1245 \text{ kJ.kg}^{-1} < 0$ (le fluide cède de la chaleur au local)

- $q_f = h(A) - h(D) \cong 1670 - 530 = 1140 \text{ kJ.kg}^{-1} > 0$ (le fluide reçoit de la chaleur de l'extérieur)

- Bilan énergétique pour le cycle, en se souvenant que $C \rightarrow D$ est isenthalpique :

$$\Delta h_{\text{cycle}} = \Delta h_{AB} + \Delta h_{BC} + \Delta h_{CD} + \Delta h_{DA} = w_u + q_c + 0 + q_f = 0$$

On vérifie que l'enthalpie est une fonction d'état, ne dépendant que de l'état thermodynamique considéré, soit : $\Delta h_{\text{cycle}} = h(A) - h(A) = 0$.

II.3) Pour une pompe à chaleur, $\eta = \frac{\text{ce qui nous intéresse}}{\text{ce qui nous coûte}} = \frac{-q_c}{w_u} = \frac{1245}{105} \approx 12$.

II.4) • Un cycle de CARNOT étant réversible, l'inégalité de CLAUSIUS devient égalité de CLAUSIUS : $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$, soit, ici : $\frac{Q_c}{T_0} + \frac{Q_f}{T_1} = 0$.

Et comme le premier principe sur un cycle impose : $W = \Delta U - Q = 0 - Q_c - Q_f$, on obtient :

$$\eta_C = \frac{-Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{Q_c}{Q_c \left(1 - \frac{T_1}{T_0}\right)}, \text{ soit : } \eta_C = \frac{T_0}{T_0 - T_1} = \frac{293}{293 - 273} \approx 14,6$$

- Le cycle de CARNOT est constitué de deux isotherme réversibles (une à $T_f = T_1$ et une à $T_c = T_0$) et de deux adiabatique réversibles. Mais dans le cycle étudié, deux parties sont irréversibles :

- $B \rightarrow C$: tant que le fluide est une «vapeur sèche», sa température est supérieure à $T_c = T_0$: l'échange de chaleur n'est ni réversible ni isotherme ;

- $C \rightarrow D$: la détente de JOULE-KELVIN est adiabatique, mais elle est irréversible.

II.5) • Sur un palier de vaporisation LV dans le diagramme entropique, où L est sur la courbe d'ébullition et V sur la courbe de rosée, **les grandeurs intensives sont toutes imposées par la seule donnée de la température** (ou de la pression) de ce palier de changement d'état – car un corps pur diphasé est monovariant.

- Ainsi, par exemple, l'entropie massique de la phase vapeur (ou liquide) pour n'importe quel point E du palier de changement d'état ne dépendant que de T , pour la connaître il suffit de l'identifier à l'entropie massique du point V , vapeur saturante (ou celle du point L , liquide saturant) :

$$s_V(E) = s_V(T) = s(V) = s(A) \quad \text{et} \quad s_L(E) = s_L(T) = s(L)$$

- L'entropie étant une fonction extensive, on peut exprimer sa valeur dans l'état thermodynamique D en fonction des entropies massiques de la phase vapeur et de la phase liquide ainsi que des masses des phases vapeur et liquide : $S(D) = S_L(D) + S_V(D)$, soit, pour le palier à la température T_1 :

$$m.s(D) = m_L.s_L(D) + m_V.s_V(D) \Leftrightarrow s(D) = x_L.s(L_1) + x_V.s(V_1) \Leftrightarrow s(D) = (1-x_V).s(L_1) + x_V.s(A)$$

Soit :
$$x_V(D) = \frac{L_1 D}{L_1 A} = \frac{s(D) - s(L_1)}{s(A) - s(L_1)} \cong 8,5\%$$

II.6) En appliquant la réponse de I.3) à la compression isentropique $A \rightarrow B$, on obtient :

$$\frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Leftrightarrow \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{\ln \frac{T_B}{T_1}}{\ln \frac{P_0}{P_1}} \Leftrightarrow \gamma = \left(1 - \frac{\ln \frac{T_B}{T_1}}{\ln \frac{P_0}{P_1}}\right)^{-1} \cong 1,4$$

III Fonctionnement estival du climatiseur (rafraîchissement) :

III.1) • Cette fois, E_1 est un *évaporateur*. La transformation $C' \rightarrow B'$ dans E_1 est toujours une isobare P_0 qui correspond à la « pression de vapeur saturante de l'ammoniac à T_0 » (énoncé, p.1) et la température du fluide en sortie est toujours celle du local (énoncé, p.2) : donc $C' \rightarrow B'$ est une portion du palier de vaporisation à T_0 et $T_{B'} = T_0$.

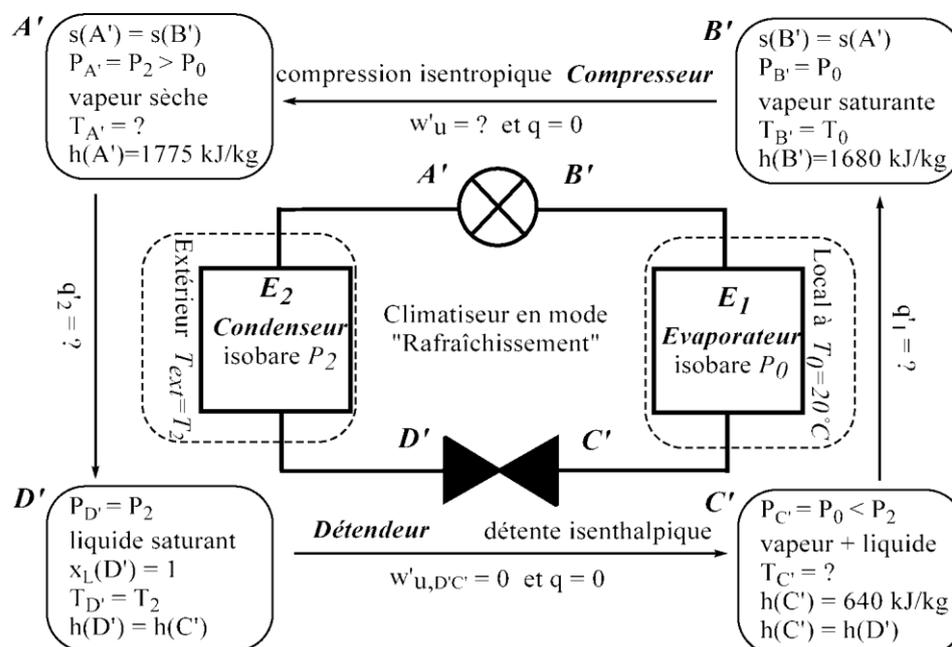
• $B' \rightarrow A'$: Le *compresseur* comprime toujours de manière adiabatique quasi-statique un fluide à l'état gazeux supposé parfait (énoncé, p. 2).

On en déduit donc que B' est à l'état de vapeur saturante, donc sur la courbe de rosée à la pression P_0 et que A' est dans la zone « vapeur sèche » sur l'isentropique $s(B')$.

• La transformation $A' \rightarrow D'$ dans E_2 est toujours une isobare P_2 qui correspond à la « pression de vapeur saturante de l'ammoniac à $T_{ext} = T_2$ » (énoncé, p.1), et la température du fluide en sortie est toujours celle de l'extérieur : $T_{D'} = T_2$ (énoncé, p. 2).

On en déduit que A' est à l'intersection de l'isobare P_2 et de l'isentropique $s(B')$.

Comme cette fois, E_2 est un *condenseur* et que la condensation est totale (cf. énoncé, III), D' est à l'état de liquide saturant (sur la courbe d'ébullition donc).



• Le *détendeur* impose une détente isenthalpique $D' \rightarrow C'$. Donc $h(D') = h(C')$.

On en déduit que C' est à l'intersection de l'isenthalpique $h(D')$ et de l'isotherme T_0 .

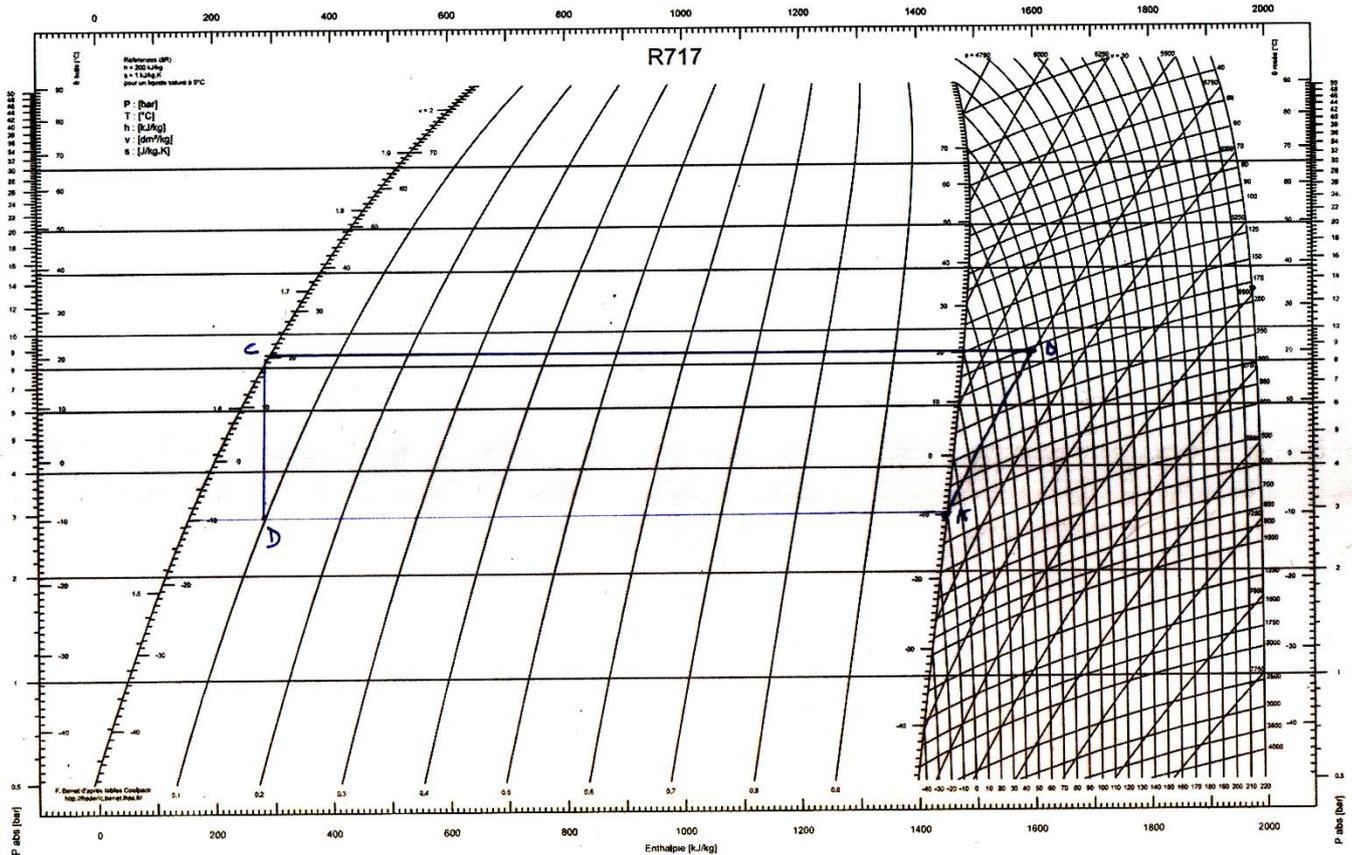
• $T_{A'} \cong 67^\circ\text{C}$.

III.2) • $w'_u = h(A') - h(B') = 1775 - 1680 \cong 95 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

• $q'_1 = h(B') - h(C') \cong 1680 - 640 = 1040 \text{ kJ.kg}^{-1} = q'_f > 0$ (le fluide reçoit de la chaleur de la part du local qui joue cette fois le rôle de source froide).

Etude d'une machine frigorifique. Diagramme (lnp, h).

1. Cycle dans le diagramme (lnp, v).



2. Température T_B .

La transformation AB est isentropique. En assimilant la vapeur à un gaz parfait de coefficient γ in dépendant de la température on peut appliquer la loi de Laplace entre ces deux points :

$$T_B = \left(\frac{p_A}{p_B} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_A$$

$$T_B = \left(\frac{2,8}{8,6} \right)^{\frac{1-1,29}{1,29}} 263 = 338 \text{ K}$$

3. Température T_E .

La transformation BC est isobare. Compte tenu de la définition du point E , on peut affirmer que :

$$T_E = T_C = 293 \text{ K}$$

4. Titre en vapeur au point D .

La transformation CD est isenthalpique, soit $\Delta h_{CD} = h_D - h_C = 0$. Comme h est une fonction d'état on peut envisager une transformation particulière faisant intervenir les points A et E :

$$\Delta h_{CD} = h_{CE} + h_{EA} + h_{AD} = 0$$

$$h_D - h_C = (h_E - h_C) + (h_A - h_E) + (h_D - h_A) = q_{CE} + c_p (T_A - T_E) + q_{AD}$$

$$0 = L(293 \text{ K}) + c_p (T_A - T_E) - (1-x)L(263 \text{ K})$$

$$0 = -(1-x) + c_p (T_A - T_E) +$$

$$x = \frac{L(263 \text{ K}) - L(293 \text{ K}) - c_p (T_A - T_E)}{L(263 \text{ K})}$$

$$x = 0,14$$

5. Transferts thermiques.

Pour la transformation CD :

La transformation CD est une détente de Joule Kelvin, c'est donc une isenthalpique, donc $\Delta h_{CD} = h_D - h_C = 0$ et où il n'y a pas de travail utile et de transfert thermique échangés avec le fluide (premier principe pour un système ouvert $\Delta h = w_u + q$). On a donc :

$$\boxed{q_{CD} = 0} \quad q_{CD} = -1,27.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Pour la transformation BC :

En B le fluide est à l'état de vapeur à la température T_B qu'il faut amener à la température $T_E = T_C$ à l'état de vapeur de manière isobare, puis liquéfier complètement de manière isobare et isotherme à la température T_C . Sur l'isobare BC on peut écrire que $q_{BC} = \Delta h_{BC} = h_C - h_B = (h_C - h_E) + (h_E - h_C)$. Or $h_E - h_C$ est l'enthalpie de liquéfaction à la température T_C . On obtient :

$$\boxed{q_{BC} = c_p(T_E - T_B) - L(293 \text{ K}) = c_p(T_C - T_B) - L(293 \text{ K})} \quad q_{BC} = -1,27.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Pour la transformation DA :

Au point D le titre massique en vapeur est x . Le titre massique en liquide est donc $1 - x$. Cette fraction de liquide doit être vaporisée de manière isotherme et isobare pour revenir au point A . Ainsi :

$$\boxed{q_{DA} = (1 - x)L(263 \text{ K})} \quad q_{DA} = 1,1.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Pour la transformation AB :

Cette transformation est mécaniquement réversible et adiabatique. Ainsi :

$$\boxed{q_{AB} = 0}$$

6. Travail massique w sur le cycle.

Sur le cycle on a :

$$\Delta u = w + q = 0$$

$$w = -q = -(q_{BC} + q_{DA}) = -(c_p(T_C - T_B) - L(293 \text{ K}) + (1 - x)L(263 \text{ K}))$$

$$w = 157 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Dans le cas de l'étude d'un organe en particulier, il ne faut pas confondre travail total et travail utile.

Cependant sur un *cycle*, le travail total et le travail utile sont identiques. Cela est dû au fait que les travaux d'écoulement du fluide se compensent entre les différents de la machine car le travail cédé en aval par l'organe n est en effet reçu en amont par l'organe $n + 1$.

$$\begin{cases} \Delta h_{\text{cycle}} = q_{\text{cycle}} + w_{\text{cycle}}^{\text{utile}} = 0 \\ \Delta u_{\text{cycle}} = q_{\text{cycle}} + w_{\text{cycle}} = 0 \end{cases} \Rightarrow w_{\text{cycle}}^{\text{utile}} = w_{\text{cycle}} = -q_{\text{cycle}}$$

7. Efficacité e .

L'efficacité est définie par : $e = \frac{\text{grandeur valorisable}}{\text{grandeur couteuse}}$.

Ici la grandeur valorisable, pour une machine frigorifique, est la quantité de chaleur que le fluide reçoit de la source froide (intérieur du réfrigérateur) soit ici $q_{DA} > 0$.

La grandeur couteuse est le travail w que l'on doit fournir à la machine pour effectuer cette opération. Ainsi :

$$e = \frac{q_{DA}}{w} = \frac{(x-1)L(263 \text{ K})}{(c_p(T_C - T_B) - L(293 \text{ K}) + (1-x)L(263 \text{ K}))}$$

$$e = 7,1$$

Le cycle étudié n'est pas un cycle de Carnot car entre les points B et E il n'y pas équilibre thermique entre le fluide et la source chaude malgré un équilibre mécanique (isobare).