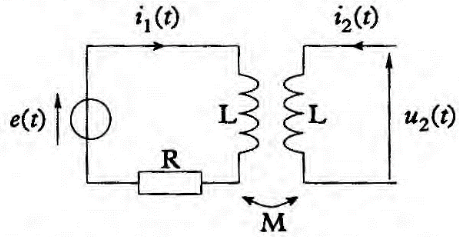
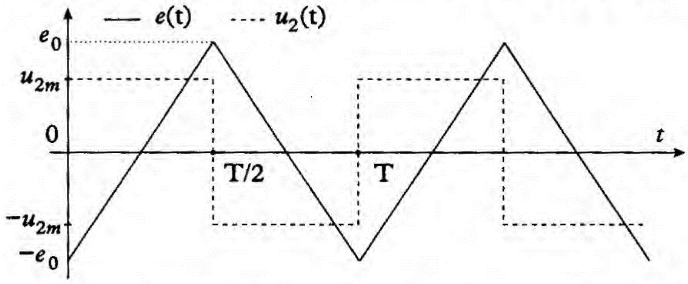
Mesure d'une inductance mutuelle.

On considère les deux circuits couplés de la figure ci-dessous. Le générateur de fém $e(t)$ fournit un signal triangulaire, de période T et d'amplitude e_0. Les deux bobines sont identiques, d'inductance L. On note M leur coefficient de couplage. La deuxième bobine est en circuit ouvert ($i_2 = 0$).



1. Écrire les deux équations reliant $u_2(t)$, $e(t)$, $i_1(t)$, R, L et M.

2. On mesure les courbes suivantes pour $e(t)$ et $u_2(t)$.



Donner l'expression de $e(t)$ pour t compris entre 0 et $\frac{T}{2}$.

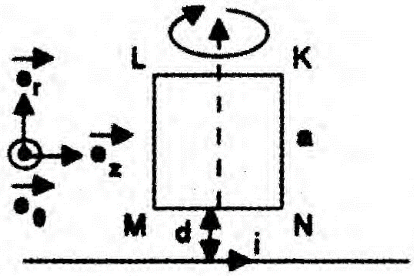
3. Déterminer la forme de $i_1(t)$ pour t compris entre 0 et $\frac{T}{2}$, et en déduire la condition portant sur T, L et R pour que la tension $u_2(t)$ ait la forme mesurée.

4. On se place à un instant t compris entre 0 et $\frac{T}{2}$. Exprimer $\frac{de}{dt}$ en fonction de R, M et u_{2m}, amplitude de $u_2(t)$. En déduire l'expression de M en fonction de R, T, e_0 et u_{2m}.

5. ***A.N. :*** Calculer M pour R = 2 kΩ, T = 2 ms, $e_0 =$ 10 V et u_{2m} = 25 mV.

Spire carrée mobile aux abords d'une ligne électrique.

On étudie le comportement d'une spire carré mobile aux abords d'un fil électrique considéré comme infini, parcouru par un courant électrique i permanent (induction type Lorentz).



Spire carrée mobile aux abords d'une ligne électrique

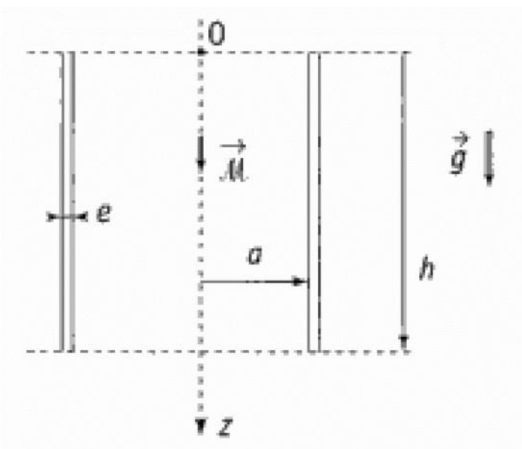
L'axe de rotation est selon $\vec{e_r}$ et passe par le milieu du carrée de côté a. En coordonnées cylindriques, le champ magnétique généré par un tel fil est :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\vec{e_\theta}.$$

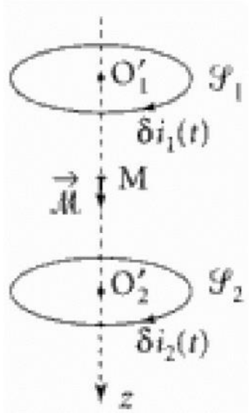
1) Donner l'expression du flux magnétique créé par le fil au travers de la spire carrée conductrice lorsque la rotation n'a pas encore commencée, en orientant le circuit dans le sens KLMNK.
2) La rotation du cadre est maintenant effective. On note α l'angle qui existe entre le plan $(\vec{e_r};0;\vec{e_z})$ et le plan contenant le cadre tel que $\alpha = \widehat{(-\vec{e_z};\overrightarrow{NM})}$. Exprimer le flux magnétique et la force électromotrice induite dans le cadre.
3) Si la rotation se fait à une pulsation ω telle que $\alpha = \omega t$ et que le cadre présente une résistance globale R, exprimer le courant induit i_e dans le circuit.

Chute d'un aimant dans un tuyau cylindrique.

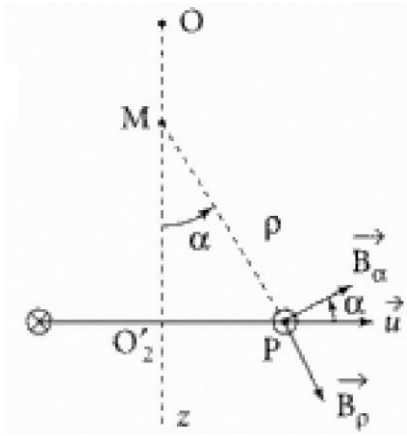
Un aimant de masse m est assimilé à un à un moment magnétique $\overrightarrow{M} = M\vec{u}_z$. Il est initialement placé en O puis abandonné sans vitesse initiale : il décrit dans sa chute l'axe vertical Oz d'un cylindre de rayon a de hauteur h et d'épaisseur e. On suppose $e << a$.
On mesure le temps de chute correspondant à h (t_c pour un cylindre conducteur, t'_c pour un cylindre non conducteur).



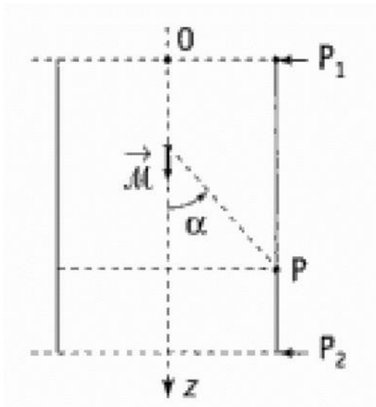
1. L'expérience montre que $t_c > t'_c$. Justifier, et préciser la nature des phénomènes physiques à l'origine de cette différence.
   On pourra assimiler un élément de cylindre de hauteur dz centré en un point O' à une « spire » parcourue par un courant induit $\delta i(t)$ et considérer la situation suivante à la date t schématisée par le schéma ci-contre.



2. On montre que le courant $\delta i(t)$ circulant dans une « spire » située à la cote Z du point O s'écrit : $\delta i = -\dfrac{3}{4}\dfrac{\mu_o M \gamma e}{\pi a^3} v \sin^4\alpha\cos\alpha dZ$ où γ est la conductivité du matériau, v la vitesse de l'aimant et α l'angle sous lequel de l'aimant on voit le rayon de la spire.
   On rappelle l'expression, en coordonnées sphériques (ρ, α, φ), du champ magnétique crée par un moment magnétique $\overrightarrow{M}$, placé en un point M de l'axe, en un point P quelconque de l'espace :
   $$\overrightarrow{B}(P) = \frac{\mu_o M}{4\pi\rho^3}\left(2\cos\alpha\vec{u}_\rho + \sin\alpha\vec{u}_\alpha\right)$$



   Soit $\overrightarrow{F}$ la force exercée par les courants induits sur l'aimant.
   Montrer qu'elle s'exprime sous la forme $\overrightarrow{F} = -K\vec{v}$ avec
   $$K = \frac{8}{9}\frac{\mu_o^2 M^2 \gamma e}{\pi a^4}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin^6\alpha\cos^2\alpha d\alpha$$ où α_1 et α_2 sont les angles associés aux points P_1 et P_2.



   Que devient ce résultat pour $\overrightarrow{M}$ suffisamment éloigné des bords des cylindre (on a $h >> a$).
   On donne : $\displaystyle\int_0^\pi \sin^6\alpha\cos^2\alpha d\alpha = \frac{5\pi}{128}$.
   Commenter.
3. A.N. On a : $h = 1$m ; $g = 9.81$m.s^{-2} ; $a = 5$ mm ; e = 1 mm ;
   $\left\|\overrightarrow{M}\right\| = 0{,}75$ A.m^{-1} ; $m = 8.10^{-3}$ kg ; $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} ;
   $\gamma_{Cu} = 5{,}98.10^7\,\Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$; $\gamma_{Al} = 3{,}77.10^7\,\Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$
   L'expérience donne $t'_c = 0{,}46$ s ; t_c(Cu) ≅ 10 s ; t_c(Al) ≅ 7 s.
   Comparer aux valeurs théoriques.