Mouvement d'un cadre dans un champ magnétique.

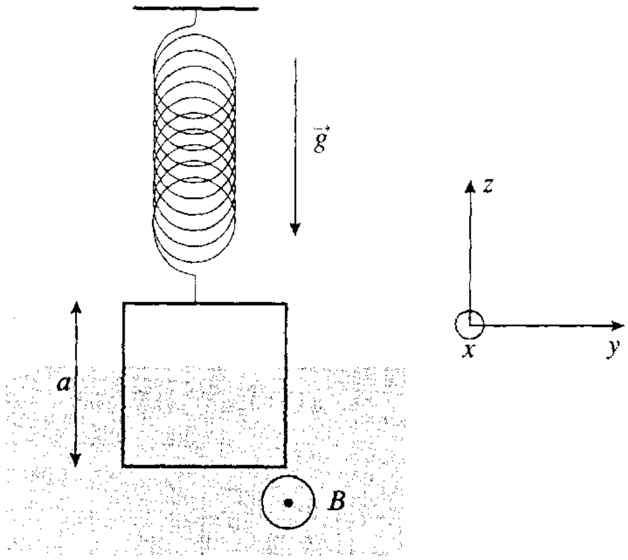
Un cadre carré de côté a, de masse m, de résistance totale R et d'inductance négligeable, est suspendu à un ressort de raideur k. Il peut se déplacer selon un mouvement de translation verticale dans un champ magnétique uniforme et orthogonal au cadre : $\vec{B} = B\vec{u}_x$

Au repos, le cadre pénètre partiellement dans la zone où règne le champ (la partie inférieure du cadre se trouve dans le champ tandis que la partie supérieure se trouve en dehors du champ).

On prend $z = 0$ à la limite d'existence du champ.

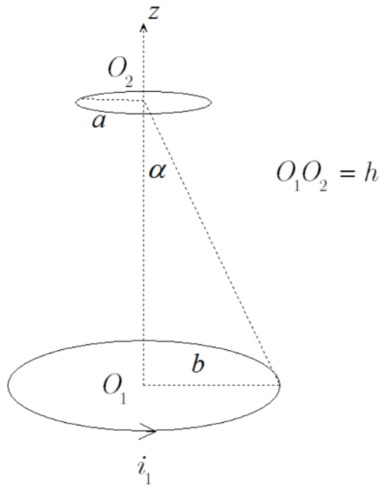
On néglige tous les frottements mécaniques.

On veut étudier les petits mouvements du cadre ; dans ces conditions, on suppose que la partie supérieure du cadre reste en dehors du champ.



1. Prévoir qualitativement le comportement du mouvement du cadre.
2. Déterminer l'expression de la f.é.m d'induction $e(t)$.
3. Déterminer l'équation d'évolution de $Z(t) = z(t) - z_e$ où $z(t)$ désigne la cote du côté supérieur du cadre à la date t et z_e cette cote à l'équilibre mécanique.
4. Déterminer l'expression de la période des oscillations et le temps caractéristique d'amortissement.

Lévitation d'une spire.



Une bobine S_1 est constituée de N spires circulaires de rayon b et parcourues par un courant $i_1(t) = I_m \cos\omega t$.

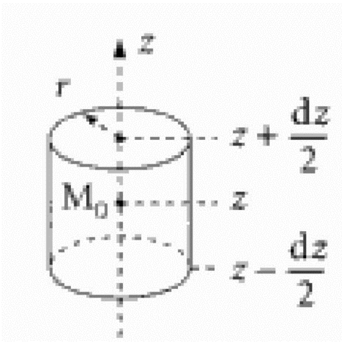
A la cote $z = h = O_1O_2$ est disposée une petite spire S_2 conductrice de rayon a et de masse m. On note R et L la résistance et l'inductance de S_2.

La bobine S_1 crée, sur son axe, un champ magnétique :

$\vec{B}_{10}(r=0,z,t) = B_m(z)\cos\omega t\,\vec{u}_z$ avec $B_m(z) = \dfrac{\mu_o I_m}{2b}\sin^3\alpha$

On utilise les coordonnées cylindrique (r,θ,z) d'axe O_1z.

1. Déterminer, en régime sinusoïdal établi, l'intensité $i_2(t)$ circulant dans la spire S_2 (on confondra $B_{1z}(r,z,t)$ avec $B_{10}(z,t)$, cas d'une « petite spire »).
2. Montrer que la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur S_2 est portée par $\vec{u}_z$.
   Exprimer cette résultante $\vec{F}_{L2}$ en fonction de a, $i_2(t)$ et de la composante radiale $B_{1r}(r=a,z)$ du champ $\vec{B}_1$.
3. Le champ magnétique est à flux conservatif ce qui se traduit par la propriété mathématique suivante : $\displaystyle\oiint_{\substack{surface\\fermée}} \vec{B}.d\vec{S} = 0$.

   En prenant un cylindre élémentaire de rayon r et ses bases comprises entre les cotes $z - \dfrac{dz}{2}$ et $z + \dfrac{dz}{2}$ et d'axe O_1z, montrer que l'on a :

   $B_{1r}(a,z,t) = -\dfrac{a}{2}\dfrac{dB_m(z)}{dz}\cos\omega t$
4. On pose $\vec{F}_{L2} = F_{L2}\vec{u}_z$.
   Déterminer la valeur moyenne temporelle $\langle F_{L2}\rangle$ de F_{L2}, et donner son expression pour $\omega >> \dfrac{R}{L}$. Commenter.